

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Механико-математический факультет

ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ СО РАН

Ю. А. Березин, Г. И. Дудникова,  
Т. В. Лисейкина, М. П. Федорук

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ**

Издание третье, исправленное

Новосибирск  
2018

УДК 533.9.01  
ББК В333 в631.7  
М 744

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук *В. П. Ильин*,  
канд. физ.-мат. наук *М. С. Иванов*

**М 744** Моделирование нестационарных плазменных процессов. 3-е изд., испр. / Ю. А. Березин, Г. И. Дудникова, Т. В. Лисейкина, М. П. Федорук ; Новосиб. гос. ун-т. — Новосибирск : ИПЦ НГУ, 2018. — 486 с.

ISBN 978-5-4437-0721-1

В монографии по иерархическому принципу (кинетические уравнения Больцмана и Власова для функций распределения частиц в пространстве координат и скоростей, полные гидродинамические модели для моментов функций распределения, упрощенные модели и отдельные модельные уравнения, справедливые при четко обозначенных предположениях) излагаются математические модели и результаты численного моделирования нестационарных плазменных процессов. На «физическом» уровне строгости представлены и проанализированы алгоритмы, хорошо зарекомендовавшие себя в практике вычислительного эксперимента. Приведены результаты решения актуальных задач физики плазмы. Много внимания уделено вопросам моделирования нелинейных волновых процессов в плазме с достаточно полным учетом диссипативных и дисперсионных эффектов.

Книга предназначена для научных сотрудников, работающих в области физики плазмы, математической физики, прикладной математики, а также аспирантов и студентов старших курсов.

The book introduce a hierarchy of mathematical models as well as the results of numerical modeling of nonstationary plasma processes. These include kinetic Boltzmann and Vlasov equations for the distribution functions of the plasma particles in the phase space, full hydrodynamic models for the moments of the distribution functions, simplified models and single model equations valid under well-defined assumptions. A variety of widely used in a modern numerical experiments algorithms is presented and analyzed at the physical level of rigor. The solutions of several actual problems of plasma physics are discussed. A lot of attention is paid to the modeling of nonlinear wave processes in a plasma with dissipative and dispersion effects.

The book is intended for researchers working in the field of plasma physics, mathematical physics, applied mathematics, as well for post-graduate and senior students.

УДК 533.9.0  
ББК В333 в631.7

Издание выполнено при поддержке гранта РФФИ №16-11-10028.

© Новосибирский государственный университет, 2018  
© Институт вычислительных технологий СО РАН, 2018  
© Ю. А. Березин, Г. И. Дудникова, Т. В. Лисейкина, М. П. Федорук, 2018

ISBN 978-5-4437-0721-1



## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	4
Введение .....	6
Литература.....	13

### Часть I

## ГИДРОДИНАМИКА ПЛАЗМЫ..... 15

### Глава 1. Гидродинамические модели плотной кулоновской плазмы..... 15

§ 1. Двухжидкостная модель .....	15
§ 2. Иерархия моделей.....	23
§ 3. Обобщенный закон Ома .....	30
Литература.....	31

### Глава 2. Гидродинамические модели разреженной плазмы ..... 32

§ 1. Коллективные процессы и аномальные коэффициенты переноса.....	32
§ 2. Анизотропная плазма в сильном магнитном поле .....	39
Литература.....	43

### Глава 3. Магнитогидродинамические волновые процессы в линейном приближении ..... 44

§ 1. Альфвеновские и магнитозвуковые волны в одножидкостной магнитной гидродинамике.....	44
§ 2. Дисперсионные эффекты в плазме с магнитным полем.....	48
§ 3. Дисперсионные эффекты в плазме без магнитного поля .....	53
§ 4. Аналогия с другими дисперсионными средами .....	55
§ 5. Эволюция волновых пакетов .....	61
Литература .....	63

### Глава 4. Численные алгоритмы решения уравнений в частных производных ..... 64

§ 1. Конечно-разностные аппроксимации .....	65
§ 2. Линейное одномерное уравнение переноса.....	69
§ 3. Схемы с невозрастанием полной вариации решения (TVD-схемы)..	79
§ 4. Линейное одномерное уравнение диффузии (теплопроводности) ....	84
§ 5. Линейное одномерное уравнение переноса с вязкостью.....	88
§ 6. Двумерные и трехмерные линейные уравнения диффузии.....	90

§ 7. Системы одномерных квазилинейных уравнений в лагранжевых координатах.....	99
§ 8. Системы одномерных квазилинейных уравнений в консервативной форме.....	107
§ 9. Системы двумерных квазилинейных уравнений.....	111
Литература.....	115

**Глава 5. Нелинейные волны в дисперсионных  
и диссипативных средах..... 116**

§ 1. Уравнение Кортевега — де Вриза. Солитоны и стационарные кноидальные волны.....	117
§ 2. Уравнение Бюргерса — Кортевега — де Вриза. Стационарные решения.....	129
§ 3. Численные алгоритмы решения уравнений KDV и BKV.....	131
§ 4. Нестационарные решения.....	135
§ 5. Волны конечной амплитуды в бездиссипативной плазме.....	146
Литература.....	155

**Глава 6. Ударные волны..... 158**

§ 1. Условия Гюгонио и классификация разрывов.....	159
§ 2. Система уравнений для плоских ударных волн.....	163
§ 3. Структура стационарных ударных волн.....	168
§ 4. Нестационарные бесстолкновительные ударные волны.....	175
Литература.....	189

**Глава 7. Моделирование магнитоплазменных  
конфигураций на основе одножидкостной  
магнитной гидродинамики..... 191**

§ 1. Цилиндрическая геометрия. Динамика компактных торов.....	191
§ 2. Моделирование плазменных конфигураций галатей типа «Пояс» ....	208
Литература.....	218

**Часть II  
КИНЕТИКА ПЛАЗМЫ..... 223**

**Глава 8. Метод частиц в динамике разреженной плазмы..... 227**

§ 1. Восстановление плотности заряда и тока.....	233
§ 2. Уравнения движения частиц.....	244
§ 3. Неявные схемы интегрирования.....	262
§ 4. Начальное распределение частиц.....	270

§ 5. Методы решения уравнений для полей.....	275
§ 6. Аппроксимация системы уравнений Власова — Максвелла с использованием принципа Гамильтона.....	296
§ 7. Нефизические эффекты.....	301
Литература.....	322

**Глава 9. Метод частиц-в-ячейках  
на неструктурированных сетках..... 330**

§ 1. Базисы конечных элементов.....	333
§ 2. Алгоритмы локализации частиц.....	337
§ 3. Процедуры интерполяции.....	340
§ 4. Алгоритм метода конечных объемов для решения нестационарных уравнений Максвелла на неструктурированных сетках.....	344
Литература.....	359

**Глава 10. Решение физических задач..... 362**

§ 1. Структура, критические параметры и опрокидывание сильных ударных волн.....	366
§ 2. Бесстолкновительное взаимодействие плазменных потоков.....	398
§ 3. Взаимодействие интенсивного лазерного излучения с плазмой ....	424
Литература.....	470