

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. А.Ф. ИОФФЕ

Тупицын И.И., Кочерешко В.П.

Применение теории групп в физике твердого тела

Для обучающихся по направлению Физика

Учебно-методическое пособие

Санкт-Петербург
2018

*Печатается по решению Редакционно-издательского совета
физического учебно-научного центра СПбГУ*

*Рекомендовано к изданию Ученым Советом физического факультета
Санкт-Петербургского государственного университета в качестве
учебно-методического пособия*

Рецензенты:

проф., доктор физ.-мат. наук Л.Е. Голуб (ФТИ им. А.Ф. Иоффе),
проф., доктор физ.-мат. наук Д.А. Тельнов (СПбГУ)

И.И. Тупицын, В.П. Кочерешко.

Применение теории групп в физике твердого тела. — СПб.: Изд-во «СОЛО», 2018.— 129 с.

ISBN 978-5-98340-394-9

Настоящее учебное пособие базируется на материале курсов лекций: “Теория групп в физике твёрдого тела” и “Теория твердого тела I”, которые читаются студентам магистрантам и студентам бакалаврам физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета. В данном пособии помимо краткого изложения основных положений абстрактной теории групп и теории представлений подробно рассмотрены точечные и пространственные группы и приведен целый ряд примеров использования методов теории групп в физике твердого тела.

Пособие может быть полезным студентам и аспирантам, специализирующимся в области физики твердого тела и теоретической физики, стремящимся углубить свои знания по использованию методов теории групп при исследовании электронной структуры молекул, кластеров и твердых тел. Авторы благодарны рецензентам за полезные замечания и особенно Алексею Платонову за помощь в написании и оформлении пособия.

ISBN 978-5-98340-394-9

Содержание

| | |
|--|-----------|
| Введение | 6 |
| Глава 1. Абстрактные группы. | 12 |
| 1.1 Предварительные сведения из линейной алгебры | 12 |
| 1.2 Определение группы и подгруппы | 18 |
| 1.3 Смежные классы | 20 |
| 1.4 Классы сопряженных элементов | 21 |
| 1.5 Примеры групп | 21 |
| Глава 2. Представления групп. | 25 |
| 2.1 Изоморфизм и гомоморфизм групп | 25 |
| 2.2 Представления группы | 26 |
| 2.3 Приводимые и неприводимые представления группы | 28 |
| 2.4 Леммы Шура и соотношения ортогональности | 30 |
| 2.5 Характеры представлений | 32 |
| 2.6 Разложение приводимых представлений на неприводимые | 33 |
| 2.7 Свойства неприводимых представлений | 34 |
| 2.8 Прямое произведение групп. Неприводимые представления прямого произведения групп | 35 |
| 2.9 Операторы проектирования | 38 |
| 2.10 Спинорные представления | 41 |
| Глава 3. Симметрия квантово-механической системы | 45 |
| 3.1 Операторы симметрии в пространстве волновых функций | 45 |
| 3.2 Инвариантность многоэлектронного Гамильтониана относительно операций симметрии | 46 |
| 3.3 Теорема Вигнера | 48 |

| | |
|---|-----|
| Глава 4. Точечные группы | 50 |
| 4.1 Элементы симметрии точечных групп | 50 |
| 4.2 Группа вращений O_3^+ и O_3 | 51 |
| 4.3 Вещественные сферические гармоники. | 53 |
| 4.4 Примеры конечных точечных групп | 55 |
| Глава 5. Группа трансляций | 61 |
| 5.1 Решетки Браве. | 61 |
| 5.2 Типы решеток Браве. | 69 |
| 5.3 Неприводимые представления одномерной группы трансляций. . | 73 |
| 5.4 Неприводимые представления трехмерной группы трансляций. . | 76 |
| 5.5 Теорема Блоха. | 79 |
| 5.6 Решеточные суммы. | 80 |
| 5.7 Базисные функции неприводимых представлений группы трансляции. Суммы Блоха. | 82 |
| Глава 6. Пространственные группы | 84 |
| 6.1 Общий элемент пространственной групп. Несобственные трансляции | 84 |
| 6.2 Группа волнового вектора k и ее представления. | 87 |
| 6.3 Неприводимые представления пространственных групп. | 92 |
| Глава 7. Применение теории групп для ряда физических задач | 94 |
| 7.1 Теорема обращения времени | 94 |
| 7.2 Вырождение связанные с симметрией обращения времени . . | 97 |
| 7.3 Атом в кристаллическом поле. | 98 |
| 7.4 Прямое произведение представлений. Коэффициенты Клебша-Гордана.100 | 100 |
| 7.5 Теорема Вигнера-Эккарта | 104 |
| Глава 8. Метод инвариантов | 108 |

| | |
|--|-----|
| 8.1 Идея метода инвариантов | 109 |
| 8.2 Решетка цинковой обманки | 112 |
| 8.3 Решетка вюрцита | 116 |
| 8.4 Графен | 118 |
| Приложение | 122 |