

ЛИСИЦЫН С.Г.

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ ТЕОРИЯ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

*Рекомендовано к изданию  
УМО «Ядерные физика и технологии»*



ДОЛГОПРУДНЫЙ  
2018

B33e7  
Л63

**Рецензенты:**

*Д.Л. Карнеев*

Канд. пед. наук, доц. каф. ЭПП ОТИ НИЯУ МИФИ

*Д.А. Самарченко*

Канд. физ.-мат. наук, доц. каф. 006 НИЯУ МИФИ

**С.Г. Лисицын**

Электричество и магнетизм в техническом университете. Теория и решение задач: Учебное пособие / С.Г. Лисицын — Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2018. — 400 с.

ISBN 978-5-91559-253-6

Основные положения раздела «Электричество и магнетизм» проиллюстрированы подробными решениями задач различной сложности. Теоретический материал изложен максимально сжато, однако ряд теоретических положений представлен в качестве задач, расширяющих и уточняющих важные моменты теории.

Содержание последних глав пособия несколько выходит за традиционные рамки, включая в себя вывод из уравнений Максвелла волновых уравнений, закона сохранения энергии, излучение, волны в длинных линиях, распространение волн в металлах и плазме, ферромагнитный резонанс, свойства диэлектрической и магнитной проницаемости в переменных полях.

Ряд задач дают читателю представление о работе основных электрических машин (электродвигателей, генераторов, трансформаторов). Проанализированы вопросы сохранения и преобразования энергии при работе этих устройств.

Во многих задачах требуется получить численный ответ, что позволяет студенту оценить масштабы изучаемых явлений. В пособии используются как Гауссова система единиц, так и СИ.

Учебное пособие предназначено для студентов инженерно-физических и физико-технических специальностей, а также преподавателей общей физики.

ISBN 978-5-91559-253-6

*Лисицын*

© 2018, С.Г. Лисицын

© 2018, ООО Издательский Дом «Интеллект», оригинал-макет, оформление



# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	11
<b>Глава 1. Электрическое взаимодействие . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1. Сравнение кулоновской и гравитационной сил . . . . .	15
1.2. Скорость движения электрона в атоме водорода . . . . .	15
1.3. Заряженные шарики на нитях . . . . .	16
1.4. Устойчивость заряженной частицы в сферической полости . . . . .	16
<b>Глава 2. Принцип суперпозиции . . . . .</b>	<b>18</b>
2.1. Равновесие пяти свободных зарядов . . . . .	18
2.2. Двухэлектронный атом . . . . .	19
2.3. Устойчивость заряда в трубке . . . . .	19
2.4. Равновесие четырёх связанных зарядов . . . . .	20
<b>Глава 3. Напряжённость электрического поля . . . . .</b>	<b>22</b>
3.1. Поле на оси тонкого кольца . . . . .	23
3.2. Поле в центре заряженной полусферы . . . . .	26
3.3. Поле равномерно заряженного диска . . . . .	27
3.4. Поле плоскости с круглым отверстием . . . . .	28
<b>Глава 4. Силовые линии электрического поля . . . . .</b>	<b>30</b>
4.1. Поле заряженной сферы . . . . .	31
4.2. Поле равномерно заряженного шара . . . . .	32
4.3. Движение электрона в атоме Томсона . . . . .	34
4.4. Заряженный шар со сферической полостью . . . . .	35
<b>Глава 5. Электростатический потенциал . . . . .</b>	<b>37</b>
5.1. Потенциал заряженной сферы и шара . . . . .	39
5.2. Потенциал однородного поля . . . . .	41
5.3. Поле нити. Стандартный и нестандартный способы . . . . .	41
<b>Глава 6. Теорема Гаусса . . . . .</b>	<b>44</b>
6.1. Поле равномерно заряженного шара . . . . .	47
6.2. Поле равномерно заряженной плоскости . . . . .	49
6.3. Поле бесконечной прямолинейной нити . . . . .	50
6.4. Поле толстой бесконечной пластинки . . . . .	51
6.5. Силовые линии системы двух зарядов одного знака . . . . .	52
6.6. Взаимодействие точечного заряда и квадратной заряженной пластинки . . . . .	53

6.7.	Приведение теоремы Гаусса к дифференциальной форме. Дивергенция . . . . .	54
6.8.	Дивергенция в сферических и цилиндрических координатах. . . . .	56
6.9.	Примеры применения теоремы Гаусса в дифференциальной форме: поле шара, толстой пластинки, атома водорода . . . . .	59
6.10.	Атмосферное электричество . . . . .	62
6.11.	Центральное поле постоянной напряжённости . . . . .	62
6.12.	Уравнение Пуассона для потенциала . . . . .	63
6.13.	Решение уравнения Пуассона . . . . .	64
6.14.	Неустойчивость системы точечных зарядов. . . . .	65
<b>Глава 7. Дипольный момент. . . . .</b>		<b>67</b>
7.1.	Потенциал точечного диполя . . . . .	68
7.2.	Потенциал системы зарядов на больших расстояниях. . . . .	68
7.3.	Напряжённость поля точечного диполя . . . . .	69
7.4.	Взаимодействие точечного заряда и диполя . . . . .	72
7.5.	Диполь в электрическом поле . . . . .	73
7.6.	Взаимодействие диполей. . . . .	74
7.7.	Потенциальная энергия диполя в электрическом поле . . . . .	75
<b>Глава 8. Проводники в электрическом поле . . . . .</b>		<b>77</b>
8.2.	Поле экранированного заряда. . . . .	80
8.3.	Взаимодействие точечного заряда и проводящей пластинки . . . . .	81
8.4.	Точечный заряд возле бесконечной проводящей стенки . . . . .	82
8.5.	Плотность зарядов, индуцированных точечным зарядом на проводящей стенке. . . . .	83
8.6.	Потенциал заряженного проводящего шара . . . . .	85
8.7.	Потенциал шара, находящегося в поле точечного заряда. . . . .	85
8.8.	Заряд заземлённого шара, находящегося в поле точечного заряда . . . . .	85
8.9.	Сила взаимодействия заземлённого проводящего шара и точечного заряда . . . . .	86
8.10.	Дипольный момент проводящего шара, находящегося в однородном поле . . . . .	88
8.11.	Сила взаимодействия незаземлённого проводящего шара с точечным зарядом и диполем. . . . .	89
<b>Глава 9. Энергия системы зарядов . . . . .</b>		<b>91</b>
9.1.	До какой скорости разгонятся два одинаковых заряда под действием сил взаимного отталкивания? . . . . .	94
9.2.	Энергия заряженного проводника. . . . .	95
9.3.	Энергия двух параллельных пластин, заряженных разноимёнными зарядами. Энергия электрического поля . . . . .	95
9.4.	Энергия поля проводящего заряженного шара . . . . .	97
9.5.	Каков размер электрона? . . . . .	98
9.6.	Какую работу нужно совершить для удаления проводящей пластины из электрического поля . . . . .	98
9.7.	Сила взаимодействия двух заряженных пластин . . . . .	99

9.8.	Какие силы растягивают заряженную сферу? . . . . .	99
9.9.	Подъём проводящей жидкости в электрическом поле . . . . .	100
9.10.	Потеря равновесия заряженной капли жидкости. . . . .	102
<b>Глава 10. Электроёмкость проводника. Конденсаторы. . . . .</b>		<b>104</b>
10.1.	Какой заряд можно передать проводнику от электрофорной машины? . . . . .	105
10.2.	Сколько тепла выделяется при соединении двух заряженных проводников? . . . . .	106
10.3.	Ёмкость плоского конденсатора . . . . .	107
10.4.	Ёмкость конденсатора со сферическими обкладками . . . . .	108
10.5.	Ёмкость конденсатора с коаксиальными цилиндрическими обкладками. . . . .	109
10.6.	Ёмкость при параллельном и последовательном соединениях конденсаторов . . . . .	110
10.7.	Заряды и напряжения на последовательно соединённых конденсаторах. . . . .	111
10.8.	Энергия заряженного конденсатора . . . . .	111
10.9.	Потери энергии при соединении заряженных конденсаторов . . . . .	112
10.10.	Момент сил, действующих на пластины конденсатора переменной ёмкости. . . . .	113
10.11.	Ёмкость в более сложных соединениях конденсаторов . . . . .	114
<b>Глава 11. Диэлектрики в электрическом поле . . . . .</b>		<b>118</b>
11.1.	Теорема Гаусса в диэлектрике. . . . .	122
11.2.	Поле точечного заряда в диэлектрике . . . . .	124
11.3.	Граничные условия для векторов $E$ и $D$ . . . . .	124
11.4.	Точечный заряд в сферическом слое диэлектрика. . . . .	126
11.5.	Преломление силовых линий на границе двух диэлектриков. . . . .	128
11.6.	Диэлектрический цилиндр в однородном электрическом поле . . . . .	131
11.7.	Точечный заряд на границе раздела двух диэлектриков. . . . .	132
11.8.	Поле поляризованного диэлектрического цилиндра . . . . .	133
11.9.	Ёмкость конденсатора, заполненного диэлектриком . . . . .	135
11.10.	Энергия конденсатора, заполненного диэлектриком . . . . .	136
11.11.	С какой силой притягиваются пластины заряженного конденсатора, заполненного диэлектриком? . . . . .	137
11.12.	С какой силой втягивается в заряженный конденсатор диэлектрическая пластина? . . . . .	137
11.13.	Ёмкость конденсатора со слоистым диэлектриком . . . . .	139
11.14.	Поле в конденсаторе со слоистым диэлектриком . . . . .	139
11.15.	Ёмкость конденсатора с неоднородным диэлектриком . . . . .	141
11.16.	Поляризационные заряды в неоднородном диэлектрике . . . . .	142
11.17.	Диэлектрическая проницаемость «газа» проводящих шариков. . . . .	143
11.18.	Насколько точна модель «газа» проводящих шариков? . . . . .	144
11.19.	Теорема Гаусса в дифференциальной форме . . . . .	145
11.20.	Простой пример применения теоремы Гаусса в дифференциальной форме . . . . .	146



<b>Глава 12. Постоянный электрический ток</b> . . . . .	148
<i>Уравнение непрерывности</i> . . . . .	149
<i>Закон Ома</i> . . . . .	150
12.1. Заряды в неоднородном проводнике с током . . . . .	151
<i>Ток в тонких проводниках. Закон Ома для участка проводника</i> . . . . .	152
12.2. С какой скоростью движутся заряды в проводнике? . . . . .	153
12.3. Постоянный ток в проводящей среде . . . . .	155
12.4. Сопротивление растекания . . . . .	157
12.5. Как быстро исчезает объёмный заряд в проводнике? . . . . .	157
12.6. Сопротивление при последовательном и параллельном соединении проводников . . . . .	158
12.7. Нахождение сопротивления сложной цепи последовательным упрощением . . . . .	159
12.8. Эквивалентное преобразование цепи . . . . .	160
12.9. Ток в переключке . . . . .	160
<i>Закон Джоуля–Ленца</i> . . . . .	161
12.10. Какая лампа в гирлянде горит ярче? . . . . .	162
<i>Сторонние силы. ЭДС источника тока</i> . . . . .	163
12.11. Закон Ома для замкнутой цепи . . . . .	163
12.12. Ток в замкнутой цепи, напряжение на источнике тока, мощность источника, КПД источника . . . . .	164
12.13. Сколько тепла выделяется при зарядке конденсатора? . . . . .	166
12.14. Время зарядки конденсатора . . . . .	167
12.15. Работа источника тока, заряжающего конденсатор . . . . .	169
12.16. Трудно ли вытащить диэлектрическую пластину из конденсатора? . . . . .	169
<i>Правила Кирхгофа</i> . . . . .	171
12.17. Цепь с двумя источниками тока включёнными параллельно . . . . .	173
<b>Глава 13. Постоянное магнитное поле</b> . . . . .	175
13.1. Как связаны единицы величины магнитного поля в гауссовой системе и СИ? . . . . .	177
13.2. Как изменяется напряжённость электрического поля при изменении системы отсчёта? . . . . .	178
13.3. Движение заряда в постоянном однородном магнитном поле . . . . .	179
13.4. Как изменится скорость электрона в атоме водорода, если поместить его в магнитное поле? . . . . .	180
13.5. Дрейф заряда в неоднородном магнитном поле . . . . .	181
13.6. Движение электрона в скрещенных полях . . . . .	183
13.7. Электрон в лампе с плоскими анодом и катодом . . . . .	186
13.8. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (сила Ампера) . . . . .	187
13.9. Магнитный насос . . . . .	188
13.10. Разрыв кольца с током магнитным полем . . . . .	189
13.11. Виток с током в однородном магнитном поле . . . . .	190
13.12. Магнитный момент катушки, навитой на половинку тора . . . . .	193
13.13. Каким будет равновесное положение витка или катушки с током в однородном магнитном поле? . . . . .	194



13.14. Измерение магнитного поля с помощью весов и катушки с током . . . . .	194
13.15. Равновесие тяжёлой рамки с током в магнитном поле . . . . .	195
13.16. Магнитный момент атома . . . . .	196
13.17. Движение магнитного момента атома в магнитном поле . . . . .	197
13.18. Движение магнитного момента атома в магнитном поле с учётом потерь . . . . .	198
<i>Магнитные поля зарядов и токов</i> . . . . .	200
13.19. Какие силы действуют между движущимися зарядами? . . . . .	202
13.20. Формула Био–Савара–Лапласа . . . . .	204
13.21. Магнитное поле прямолинейного проводника с током . . . . .	206
13.22. Сила взаимодействия двух бесконечных параллельных проводников. Как определяется единица тока в СИ? . . . . .	206
13.23. Магнитное поле на оси кругового витка с током . . . . .	207
13.24. Магнитное поле элементарного участка поверхностного тока. Магнитное поле тока, текущего по плоскости . . . . .	208
13.25. Магнитное поле соленоида . . . . .	209
13.26. Поле вблизи конца полубесконечного соленоида . . . . .	211
<i>Механическая работа магнитного поля над витком с током</i> . . . . .	214
13.27. С какой силой взаимодействуют два соленоида? . . . . .	218
13.28. Взаимодействие витка с током и длинного прямолинейного провода . . . . .	220
<b>Глава 14. Теорема о циркуляции магнитного поля</b> . . . . .	222
14.1. Индукция магнитного поля тороидальной катушки . . . . .	225
14.2. Магнитное поле внутри бесконечного соленоида . . . . .	226
14.3. Магнитное поле тока, текущего по оси сферической оболочки . . . . .	226
14.4. Магнитное поле толстого проводника с током . . . . .	227
14.5. Магнитное поле внутри цилиндрической полости . . . . .	228
14.6. Магнитное поле внутри тонкостенной трубы с продольным разрезом в стенке . . . . .	230
14.7. Давление магнитного поля на стенки трубы . . . . .	231
14.8. Давление магнитного поля в соленоиде . . . . .	232
14.9. Давление в неоднородном магнитном поле . . . . .	234
14.10. Обобщение теоремы о циркуляции магнитного поля . . . . .	235
14.11. Дифференциальная форма теоремы о циркуляции . . . . .	237
14.12. Потенциал поля магнитного диполя . . . . .	240
14.13. Сила, действующая в магнитном поле на магнитный диполь . . . . .	242
14.14. Ротор в цилиндрической и сферической системах координат . . . . .	242
<b>Глава 15. Магнитное поле в веществе</b> . . . . .	245
15.1. Связь токов намагничивания с вектором $\mathbf{I}$ . . . . .	247
15.2. Теорема о циркуляции в веществе. Вектор $\mathbf{H}$ . Соотношение единиц СГСЕ и СИ . . . . .	248
15.3. Поле вблизи полюса постоянного магнита . . . . .	251
15.4. Граничные условия для векторов $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ . . . . .	252
15.5. Поле в цилиндрической полости. Как измерить $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ ? . . . . .	252



15.6. Поле в зазоре постоянного кольцевого магнита . . . . .	253
15.7. Поле бесконечной пластины, намагниченной в направлении своей толщины . . . . .	254
15.8. Поле бесконечной пластины, намагниченной параллельно её поверхности . . . . .	255
15.9. Силовые линии постоянного магнита. «Магнитные заряды». . . . .	256
15.10. Поле тонкого постоянного магнита. . . . .	258
15.11. Поле короткого постоянного магнита. . . . .	259
15.12. С какой силой притягиваются концы постоянного кольцевого магнита? . . . . .	260
<i>Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость</i> . . . . .	261
<i>Преломление магнитных силовых линий</i> . . . . .	262
15.13. Размагничивающее поле . . . . .	264
15.14. Намагничивание диска конечной толщины. . . . .	265
15.15. Поле кольцевого электромагнита . . . . .	266
15.16. Кольцевой электромагнит с сердечником, магнитная проницаемость которого зависит от величины магнитного поля. . . . .	268
15.17. Поле в зазоре железного тороида со вставкой из постоянного магнита . . . . .	269
15.18. Поле бесконечно длинного провода с током, лежащего в плоскости раздела двух сред. . . . .	270
15.19. Сила взаимодействия двух параллельных проводников с током в магнитной среде . . . . .	271
15.20. С какой силой втягивается в катушку с током парамагнитный сердечник? . . . . .	272
15.21. Магнитное поле соленоида с сердечником. Давление магнитного поля на обмотку соленоида. . . . .	273
15.22. Давление магнитного поля на обмотку соленоида, находящегося в магнитной среде. . . . .	274
<b>Глава 16. Явление электромагнитной индукции.</b> . . . . .	275
16.1. Какая разность потенциалов возникает на концах проводника, движущегося в магнитном поле? . . . . .	275
16.2. Экологически чистый «источник энергии» . . . . .	275
16.3. Простой генератор постоянного тока . . . . .	277
16.4. ЭДС в замкнутом контуре, движущемся в магнитном поле . . . . .	277
<i>Максвеллова трактовка явления электромагнитной индукции</i> . . . . .	282
16.5. Совершает ли работу магнитное поле? . . . . .	283
16.6. Какой заряд протекает в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока? . . . . .	286
16.7. Движение переключки в магнитном поле под действием постоянной внешней силы . . . . .	287
16.8. Простейший электродвигатель . . . . .	288
16.9. За счёт какого источника энергии работает электродвигатель? . . . . .	290



<b>Глава 17. Индуктивность проводников. Явление самоиндукции</b> . . . . .	292
17.1. Как индуктивность проводника зависит от его размеров? . . . . .	294
17.2. Индуктивность плоской двухпроводной линии . . . . .	295
17.3. Индуктивность коаксиального кабеля . . . . .	296
17.4. Включение тока в идеальном соленоиде . . . . .	297
17.5. Источник постоянного тока в цепи с индуктивностью . . . . .	298
17.6. Работа источника тока в цепи с индуктивностью . . . . .	300
17.7. Энергия магнитного поля . . . . .	301
17.8. Трудно ли вытащить сердечник из соленоида? . . . . .	302
17.9. Как получить сверхсильное магнитное поле? . . . . .	304
17.10. Подъёмная сила электромагнита. . . . .	305
17.11. Взаимная индуктивность контуров. Теорема взаимности. . . . .	307
17.12. Взаимная индуктивность двух катушек намотанных на замкнутый сердечник . . . . .	308
17.13. Мощная динамо-машина . . . . .	309
17.14. Резистор, конденсатор и катушка индуктивности в цепи переменного тока . . . . .	310
17.15. Процессы в LCR цепи с источником постоянного тока . . . . .	313
17.16. Процессы в LCR цепи с источником переменного тока. Резонанс тока и резонанс напряжения . . . . .	315
17.17. Трансформатор. . . . .	320
<b>Глава 18. Ток смещения. Уравнения Максвелла</b> . . . . .	323
18.1. Магнитное поле в конденсаторе с неидеальным диэлектриком . . . . .	325
18.2. Магнитное поле при искровом пробое конденсатора . . . . .	326
<i>Плотность и поток энергии. Вектор Пойнтинга</i> . . . . .	326
18.3. Джоулев нагрев и поток вектора Пойнтинга в проводник . . . . .	327
18.4. Откуда и куда течёт поток энергии в цепи постоянного тока? . . . . .	329
18.5. Откуда искровой разряд в диэлектрике получает энергию? . . . . .	330
18.6. Магнитное поле точечного заряда и ток смещения . . . . .	332
<b>Глава 19. Электромагнитные волны</b> . . . . .	335
19.1. Плоские волны . . . . .	336
19.2. Структура плоской электромагнитной волны . . . . .	338
19.3. Поток энергии в плоской электромагнитной волне. . . . .	340
19.4. Волны в двухпроводной линии . . . . .	341
19.5. Волны в двухпроводной линии из двух плоских шин . . . . .	342
19.6. Почему после включения лампочка загорается мгновенно, хотя электроны в проводах движутся медленно? . . . . .	343
19.7. Поток энергии в идеально проводящей линии . . . . .	343
19.8. Плоские монохроматические волны. Интенсивность волны . . . . .	344
<b>Глава 20. Излучение электромагнитных волн</b> . . . . .	346
20.1. Неоднородные волновые уравнения. Источники электромагнитных волн . . . . .	346



20.2. Решение волновых уравнений на больших расстояниях от источников. . . . .	347
20.3. Излучение системы зарядов . . . . .	349
20.4. Нахождение электрического поля в волне излучения непосредственно из уравнений Максвелла . . . . .	354
20.5. Интенсивность дипольного излучения . . . . .	355
20.6. Интенсивность излучения точечного заряда . . . . .	356
20.7. Излучение заряженного гармонического осциллятора. . . . .	356
20.8. Излучение заряда, равномерно вращающегося по окружности . . . . .	357
20.9. Рассеяние электромагнитной волны свободным электроном. . . . .	359
20.10. Излучает ли система зарядов, дипольный момент которой равен нулю? . . . . .	361
20.11. Существуют ли сферически симметричные волны? . . . . .	364
<b>Глава 21. Распространение электромагнитных волн. . . . .</b>	<b>367</b>
21.1. Отражение и преломление волн на границе раздела двух сред. . . . .	368
21.2. Что происходит при полном отражении? . . . . .	370
21.3. Что и как видят рыбы из-под воды? . . . . .	371
21.4. Какая часть энергии волны, падающей на границу двух сред, отражается? . . . . .	372
21.5. Коэффициент отражения от поверхности металла . . . . .	375
21.6. Глубина проникновения электромагнитной волны в металл. Скин-эффект . . . . .	378
21.7. Какая часть энергии падающей на металл волны поглощается? . . . . .	379
21.8. Взаимодействие электромагнитной волны с плазмой . . . . .	380
21.9. Каков физический смысл плазменной частоты? . . . . .	382
21.10. Возможно ли отрицательная магнитная проницаемость, подобно диэлектрической проницаемости плазмы? . . . . .	383
21.11. Ферромагнитный резонанс в поперечном поле . . . . .	387
<b>Глава 22. Градиент, дивергенция и ротор — зачем они нужны? . . . . .</b>	<b>390</b>
22.1. Скалярное поле и градиент. . . . .	390
22.2. Дивергенция векторного поля. . . . .	393
22.3. Ротор векторного поля . . . . .	393
22.4. Потенциал в многосвязной области. Безвихревое магнитное поле . . . . .	394
<b>Приложение. Основные формулы электромагнетизма в гауссовой системе и СИ . . . . .</b>	<b>397</b>
<b>Рекомендуемая литература . . . . .</b>	<b>399</b>