

М. В. Шамолин

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ДИССИПАЦИЕЙ

Книга 1

Твердое тело

в неконсервативном поле



MOCKBA

Шамолин Максим Владимирович

Интегрируемые динамические системы с диссипацией Кн 1: Твердое тело в неконсервативном поле. — М.: ЛЕНАНД, 2019. — 456 с.

Первый том предлагаемого цикла работ «Интегрируемые динамические системы с диссипацией» представляет собой обзор по полученным ранее, а также новым случаям интегрируемости в динамике двумерного, трехмерного, четырехмерного и многомерного твердого тела, находящегося в неконсервативном поле сил. Исследуемые задачи описываются динамическими системами со знакопеременной диссипацией.

Задача поиска полного набора трансцендентных первых интегралов систем с диссипацией также является достаточно актуальной, и ей было ранее посвящено множество работ. Введен в рассмотрение новый класс динамических систем, имеющих периодическую координату. Благодаря наличию в таких системах нетривиальных групп симметрий показано, что рассматриваемые системы обладают переменной диссипацией с нулевым средним, означающей, что в среднем за период по имеющейся периодической координате диссипация в системе равна нулю, хотя в разных областях фазового пространства в системе может присутствовать как подкачка энергии, так и ее рассеяние. На базе полученного материала проанализированы динамические системы, возникающие в динамике твердого тела. В результате обнаружен ряд случаев полной интегрируемости уравнений движения в трансцендентных функциях и выражющихся через конечную комбинацию элементарных функций. Получены некоторые обобщения на условия интегрируемости более общих классов неконсервативных динамических систем (динамика четырехмерного и многомерного твердого тела).

Рецензент:

проф. механико-математического факультета МГУ,
зав. кафедрой МПГУ, д-р физ.-мат. наук В. Г. Чирский

ООО «ЛЕНАНД». 117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, д. 11А, стр. 11.
Формат 60×90/16. Печ. л. 28,5. Зак. № 141911.

Отпечатано в АО «Т 8 Издательские Технологии».
109316, Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5.

ISBN 978-5-9710-6787-0

© ЛЕНАНД, 2019

26242 ID 251769



9 785971 067870

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА



E-mail: URSS@URSS.ru

Каталог изданий в Интернете:

<http://URSS.ru>

Тел./факс (многоканальный):

+ 7 (499) 724 25 45

Оглавление

1	Введение	19
1	Предварительные результаты	20
2	Системы с переменной диссипацией	22
2.1	Наглядная характеристика динамических систем с переменной диссипацией	22
2.2	Одно из определений системы с переменной диссипацией с нулевым средним	24
3	Системы с симметриями	26
4	Системы на плоскости и двумерном цилиндре . . .	31
5	Системы на касательном расслоении к двумерной сфере	33
6	Неавтономные однородные системы второго порядка	37
7	Некоторые случаи наличия рационального первого интеграла	38
7.1	Случай $m = 2$. I	38
7.1.1	Интегрирование уравнения (1.51) .	38
7.1.2	Нахождение дополнительного инвариантного соотношения	41
7.1.3	Некоторые условия отсутствия последнего множителя Якоби	43
7.2	Случай $m = 2$. II	45
7.3	Случай $m = 3$	47
8	Некоторые случаи наличия трансцендентного интеграла	50
9	Заключение к данной главе	53
2	Движение на двумерной плоскости. I	55
1	Задача о движении со следящей силой	56

2	Случай отсутствия зависимости момента от угловой скорости	59
2.1	Приведенная система	59
2.2	Полный список инвариантных соотношений	60
2.3	Топологические аналогии	62
3	Случай зависимости момента от угловой скорости	62
3.1	Введение зависимости от угловой скорости	62
3.2	Приведенная система	63
3.3	Полный список инвариантных соотношений	64
3.4	Топологические аналогии	66
3	Движение на двумерной плоскости. II	67
1	Задача о движении со следящей силой	68
2	Случай отсутствия зависимости момента от угловой скорости	71
2.1	Приведенная система	71
2.2	Полный список первых интегралов	72
2.3	Топологические аналогии	76
3	Случай зависимости момента от угловой скорости	77
3.1	Введение зависимости от угловой скорости и приведенная система	77
3.2	Полный список первых интегралов	79
3.3	Топологические аналогии	83
4	Движение в трехмерном пространстве. I	85
1	Задача о движении со следящей силой	86
2	Случай отсутствия зависимости момента от угловой скорости	92
2.1	Приведенная система	92
2.2	Полный список инвариантных соотношений	93
2.3	Топологические аналогии	99
3	Случай зависимости момента от угловой скорости	100
3.1	Введение зависимости от угловой скорости	100
3.2	Приведенная система	101
3.3	Полный список инвариантных соотношений	103
3.4	Топологические аналогии	110
5	Движение в трехмерном пространстве. II	113
1	Задача о движении со следящей силой	114

2	Случай отсутствия зависимости момента от угловой скорости	118
2.1	Приведенная система	118
2.2	Полный список первых интегралов	119
2.3	Топологические аналогии	125
3	Случай зависимости момента от угловой скорости	126
3.1	Введение зависимости от угловой скорости и приведенная система	126
3.2	Полный список первых интегралов	128
3.3	Топологические аналогии	136
6	Движение в четырехмерном пространстве. I	137
1	Некоторые общие рассуждения	138
1.1	Два случая динамической симметрии четырехмерного тела	138
1.2	Динамика на $so(4)$ и \mathbf{R}^4	139
2	Задача о движении со следящей силой	141
3	Случай независимости момента от тензора угловой скорости	149
3.1	Приведенная система	149
3.2	Полный список инвариантных соотношений	151
3.3	Топологические аналогии	158
4	Случай зависимости момента от тензора угловой скорости	159
4.1	Введение зависимости от тензора угловой скорости	159
4.2	Приведенная система	160
4.3	Полный список инвариантных соотношений	163
4.4	Топологические аналогии	171
7	Движение в четырехмерном пространстве. II	173
1	Задача о движении со следящей силой	174
2	Случай независимости момента от тензора угловой скорости	181
2.1	Приведенная система	181
2.2	Полный список первых интегралов	183
2.3	Топологические аналогии	190
3	Случай зависимости момента от тензора угловой скорости	191

3.1	Введение зависимости от тензора угловой скорости и приведенная система	191
3.2	Полный список первых интегралов	195
3.3	Топологические аналогии	203
8	Движение в четырехмерном пространстве. III	205
1	Задача о движении со следящей силой	206
1.1	Две системы рассуждений об интегрируемости	211
2	Случай независимости момента от тензора угловой скорости	217
2.1	Приведенная система	217
2.2	Полный список инвариантных соотношений	220
2.3	Топологические аналогии	228
3	Случай зависимости момента от тензора угловой скорости	229
3.1	Введение зависимости от тензора угловой скорости	229
3.2	Приведенная система	230
3.3	Полный список инвариантных соотношений	236
3.4	Топологические аналогии	244
9	Движение в n-мерном пространстве. I	247
1	Предварительные сведения	247
2	Некоторые общие рассуждения	248
2.1	Случай динамической симметрии многомерного тела	248
2.2	Динамика на $so(n)$ и \mathbf{R}^n	250
3	Задача о движении со следящей силой	253
3.1	Динамическая часть уравнений движения	253
3.2	Следствия динамической симметрии	256
3.3	Неинтегрируемая связь и выбор следящей силы	257
3.4	Редукции в системе	258
3.5	Новые квазискорости в системе	260
3.6	Системы нормального вида	262
3.7	Замечания о распределении индексов	266
3.8	Нарушение теоремы единственности	268
4	Случай независимости момента от тензора угловой скорости	269

4.1	Приведенная система	269
4.2	Общие замечания об интегрируемости системы	272
4.2.1	Система при отсутствии силового поля	272
4.2.2	Система при наличии консервативного силового поля	277
4.3	Полный список инвариантных соотношений	281
4.4	Структура уравнений на касательных раслоениях к конечномерной сфере	286
4.4.1	Начало при $n = 2$	288
4.4.2	Переход по $n: 2 \rightarrow 3$	288
4.4.3	Переход по $n: 3 \rightarrow 4$	289
4.4.4	Переход по $n: 4 \rightarrow 5$	291
4.4.5	Переход по $n: 5 \rightarrow 6$	293
4.4.6	Переход по $n: n \rightarrow n + 1$	295
4.5	Общие замечания об интегрируемости системы при любом конечном n	298
4.5.1	Система при отсутствии силового поля	298
4.5.2	Система при наличии консервативного силового поля	304
4.6	Полный список инвариантных соотношений при любом конечном n	308
4.7	Топологические аналогии	313
5	Случай зависимости момента от тензора угловой скорости	315
5.1	Введение зависимости от тензора угловой скорости	315
5.2	Приведенная система	316
5.3	Полный список инвариантных соотношений при любом конечном n	320
5.4	Топологические аналогии	328
10	Движение в n-мерном пространстве. II	331
1	Предварительные сведения	331
2	Задача о движении со следящей силой	332
2.1	Динамическая часть уравнений движения	332
2.2	Следствия динамической симметрии	336

2.3	Выбор следящей силы и новые квазискорости в системе	336
2.4	Редукции в системе и системы нормального вида	338
2.5	Замечания о распределении индексов	345
3	Случай независимости момента от тензора угловой скорости	346
3.1	Приведенная система	346
3.2	Об аналитическом первом интеграле	350
3.3	Общие замечания об интегрируемости систе- мы	351
3.3.1	Система при отсутствии внешнего силового поля	351
3.3.2	Частичное введение внешнего сило- вого поля	357
3.4	Полный список первых интегралов	362
3.5	Структура уравнений на касательных рас- слоениях к конечномерной сфере	367
3.5.1	Начало при $n = 2$	368
3.5.2	Переход по n : $2 \rightarrow 3$	369
3.5.3	Переход по n : $3 \rightarrow 4$	370
3.5.4	Переход по n : $4 \rightarrow 5$	372
3.5.5	Переход по n : $5 \rightarrow 6$	374
3.5.6	Переход по n : $n \rightarrow n + 1$	377
3.6	Общие замечания об интегрируемости систе- мы при любом конечном n	380
3.6.1	Система при отсутствии внешнего силового поля	380
3.6.2	Частичное введение внешнего сило- вого поля	387
3.7	Полный список первых интегралов при любом конечном n	392
3.8	Топологические аналогии	397
4	Случай зависимости момента от тензора угловой скорости	398
4.1	Введение зависимости от угловой скорости и приведенная система	398
4.2	Приведенная система	399
4.3	Об аналитическом первом интеграле	402

4.4	Полный список первых интегралов при любом конечном n	403
4.5	Топологические аналогии	410