

И.П. Калошина

# Теорема Пифагора и теорема Ферма

## Две жемчужины математики

### Доказательства от сложного к простому

*Рекомендовано к изданию Международным учебно-методическим центром  
«Профессиональный учебник» в качестве монографии*

*Рекомендовано к изданию Научно-исследовательским институтом  
образования и науки в качестве монографии*

Электронные версии книг  
издательства «ЮНИТИ-ДАНА» на сайте  
Международной электронной библиотеки  
«Образование. Наука. Научные кадры»  
[www.niion.org](http://www.niion.org)



Москва • 2019

УДК [159.9+511.4](035.3)  
ББК 22.132+88  
К17

Главный редактор издательства *Н.Д. Эриашвили*,  
кандидат юридических наук, доктор экономических наук, профессор,  
лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники

**Калошина, Инна Павловна.**

**К17** Теорема Пифагора и теорема Ферма. Две жемчужины математики. Доказательства от сложного к простому: монография / И.П. Калошина. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2019. — 239 с.

ISBN 978-5-238-03297-9

Агентство СІР РГБ

Эта книга продолжает цикл наших исследований Большой теоремы Ферма. Он начат в конце XX века. Тогда нам удалось очень просто «элементарно» доказать Большую теорему Ферма для всех чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , не образующих треугольника или образующих треугольники — прямоугольные или тупоугольные. Проблему составил остроугольный треугольник. Для ее решения в начале XXI века был создан новый метод анализа теоремы. Он базировался не только на математических знаниях, но и на методологических (надпредметных) законах и обеспечивал почти полное доказательство теоремы. Но все-таки оставлял некоторые «пробелы». Для их устранения потребовалось создать еще один второй новый метод анализа теоремы, который позволял доказать теорему отдельно для простых нечетных показателей и для четных показателей, причем разных типов. Но был не совсем простым (хотя оба метода базируются на элементарной математике с привлечением методологических положений). Наконец в 2018 г. удалось разработать третий метод доказательства теоремы — простой, эффективный и эффективный (краткий). Он основывается на всем известной теореме Пифагора, но с акцентом на некоторых новых ее аспектах.

ББК 22.132+88

ISBN 978-5-238-03297-9

© И.П. Калошина, 2019

© ИЗДАТЕЛЬСТВО ЮНИТИ-ДАНА, 2019

Принадлежит исключительное право на использование и распространение издания (Федеральный закон от 5 апреля 2013 г. № 44-ФЗ).

Воспроизведение всей книги или любой ее части любыми средствами или в какой-либо форме, в том числе в интернет-сети, запрещается без письменного разрешения издательства.



Посвящение	3
Введение	5
Часть 1. Теорема Пифагора. Доказательства от сложного к простому. Современная методология анализа и управления доказательством	15
Предисловие (к части 1 книги)	16
<i>Раздел I.</i> Первый и самый сложный вариант доказательства теоремы Пифагора	19
Глава 1. Евклидово доказательство теоремы Пифагора	20
1.1. Из первой книги геометрии Евклида	20
1.2. Предметный (математический) анализ Евклидова доказательства теоремы Пифагора	21
Глава 2. Методологический (надпредметный) анализ Евклидова доказательства теоремы Пифагора (управление доказательством с помощью структуры деятельности)	29
2.1. Управление доказательством теоремы с помощью общей структуры деятельности — её цели и предмета	29
2.2. Управление доказательством теоремы с помощью изветных орудий деятельности	37
<i>Раздел II.</i> Простые варианты доказательства теоремы Пифагора от XIX до XXI века	39
Глава 3. Простой вариант доказательства на базе элементарной геометрии (из учебника Н.Н. Никитина)	40
Глава 4. Самый простой вариант доказательства теоремы Пифагора на базе элементарной геометрии	43
Глава 5. Простой вариант доказательства на базе высшей математики	45
Послесловие (к части 1 книги)	48
Часть 2. Большая теорема Ферма. Доказательства от сложного к простому. Современная методология анализа и управления доказательством	53
Предисловие (к части 2 книги)	54
<i>Раздел I.</i> Самый простой (последний) вариант доказательства теоремы Ферма (на базе теоремы и «проблемы» Пифагора)	59

Глава 6. Теорема Пифагора и Большая теорема Ферма. Проблема и их решение	64
6.1. Постановка проблемы Пифагора и проблемы Ферма. Их взаимосвязь	64
6.2. Решение «проблемы Пифагора» (в частном виде)	65
6.3. Решение «проблемы Ферма» (в частном виде)	70
Глава 7. Доказательство Большой теоремы Ферма «в две строки» на базе теоремы Пифагора	78
Глава 8. Предыстория простого доказательства Большой теоремы Ферма	80
<i>Раздел II.</i> Самый сложный (первый) вариант доказательства теоремы Ферма (на базе Структуры деятельности и формул сокращенного умножения и деления)	84
Глава 9. Основные процедуры — действия метода (на примере первого простого нечетного показателя $n = 3$ )	87
9.1. Метод анализа теоремы (в общем виде для $n = 3$ )	87
9.2. Основные действия 1—5 метода в наглядном и компактном виде (с примерами)	93
Глава 10. Развитие общего метода анализа Большой теоремы Ферма	100
10.1. Дополнение метода новым действием (на примере показателя $n = 5$ в подмножестве чисел $c_{\text{нечет}}, b_{\text{нечет}}, a_{\text{чет}}$ )	100
10.2. ПРИМЕР 4 — применение метода к конкретным числам при показателе $n = 5$	106
Глава 11. Нюансы общего метода анализа теоремы (на примере показателя $n = 7$ )	109
11.1. Развернутая схема анализа и демонстрация нюансов — многократное повторение 4-го действия	109
11.2. Демонстрация нюансов — подстановка во второй сомножитель преобразованного первого с его предварительным УМНОЖЕНИЕМ на множитель при числах $c$ и $b$ второго сомножителя	112
Глава 12. Создание общей формулы для преобразований допускаемых равенств	114
12.1. Общая формула — на основе частных формул	115
12.2. Отрицание равенств в общем виде	116
12.3. Сохранение равенств	118
Глава 13. Замечания к предыдущим главам	119
13.1. Равенство первого сомножителя ложное с очевидностью. Быстрое опровержение допускаемых степенных равенств. Подтверждение Большой теоремы Ферма сразу для данного $n$	119
13.2. Равенство второго сомножителя ложное по доказательству (первый сомножитель — истинный)	121



13.3. Одно число $a, b, c$ делится на исследуемый показатель $n$ . Ни одно число $a, b, c$ не делится на показатель $n$ . Подтверждение Большой теоремы Ферма в обоих случаях	123
<b>Глава 14. Область больших чисел с триадными показателями. Отрицаемые и неотрицаемые равенства в ней</b>	<b>126</b>
14.1. Большие числа с «триадными» показателями и метод их анализа	126
14.2. Общая формула всех вторых сомножителей (окончательно преобразованных) сложного (многозвенных — в больших числах) строения с «триадными» показателями и для всех простых нечетных показателей $n$ на подмножестве I типа	127
14.3. Отрицание равенств (в общем виде — с помощью общей формулы)	127
14.4. Сохранение и последующее ОТРИЦАНИЕ (опровержение) второго конфликтного равенства	129
<b>Глава 15. Конфликтные равенства в Больших числах с «триадными» показателями (возрождение всех конфликтных равенств)</b>	<b>131</b>
15.1. Конфликтные равенства вторых сомножителей в больших числах (на примере двухзвенных равенств для показателя $n = 3$ )	131
15.2. Возрождение ВСЕХ конфликтных равенств в многозвенных триадах при критических значениях всех вспомогательных показателей	132
15.3. Образование ТРЕТЬЕГО конфликтного равенства в многозвенных триадах при критических значениях всех вспомогательных показателей	133
<b>Раздел III. Не самый простой (предпоследний) вариант доказательства Большой теоремы Ферма</b>	<b>134</b>
<b>Глава 16. Новый путь отрицание всех конфликтных равенств в общем виде (и вместе с ними всех допускаемых равенств)</b>	<b>135</b>
16.1. Простые нечетные показатели и две «одинаковых» последовательности чисел «с», взаимно опровергающих друг друга	135
16.2. Числовой пример — возрастание чисел «с» (вместо их убывания)	146
16.3. Обсуждение результатов. Возражения. Предостережение	151
16.4. Другой тип триад. Те же типы нечетных показателей. Допускаемые (условно) равенства и их опровержение	156
<b>Глава 17. Подтверждение Большой теоремы Ферма при четных показателях с нечетными множителями</b>	<b>158</b>
17.1. Четные показатели делятся только на 2 и две «одинаковых» последовательности чисел «с», взаимно опровергающих друг друга	158
17.2. Четные показатели делятся только на 4 и две «одинаковых» последовательности чисел «с», взаимно опровергающих друг друга	171

17.3. Другой тип триад. Те же типы четных показателей. Допускаемые (условно) равенства и их опровержение	172
<b>Глава 18. Подтверждение Большой теоремы Ферма При строго четных показателях (без нечетных множителей)</b>	<b>179</b>
18.1. Строго четные показатели делятся на 4 и две «одинаковых» последовательности чисел «с», взаимно опровергающих друг друга	180
18.2. Другой тип триад. Те же типы четных показателей. Допускаемые (условно) равенства и их опровержение	187
<b>Послесловие (к части 2 книги)</b>	<b>189</b>
<b>Часть 3. Великая (Большая) теорема Ферма и великие математики. История анализа и доказательства теоремы для отдельных показателей</b>	<b>191</b>
<b>Предисловие (к части 3 книги)</b>	<b>192</b>
<b>Раздел I. Анализ четных показателей и некоторых нечетных показателей</b>	<b>195</b>
<b>Глава 19. Доказательство Большой теоремы Ферма ее автором для <math>n = 4</math> новым методом</b>	<b>197</b>
<b>Глава 20. Применение Дирихле метода «бесконечного спуска» для анализа показателя <math>n = 14</math>, кратного только 2 (соответствие Большой теореме одного четного показателя, кратного только 2 и не кратного 4)</b>	<b>201</b>
<b>Глава 21. Применение малой теоремы Ферма для анализа четных показателей кратных только 2 и кратных 4 (анализ Большой теоремы Ферма с помощью Малой теоремы Ферма)</b>	<b>202</b>
<b>Раздел II. Анализ нечетных показателей</b>	<b>206</b>
<b>Глава 22. Доказательство Эйлером Большой теоремы Ферма для показателя <math>n = 3</math></b>	<b>207</b>
<b>Глава 23. Теорема Эйлера-Ферма. Анализ всех простых нечетных показателей</b>	<b>211</b>
<b>Послесловие (к части 3 книги)</b>	<b>217</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Теорема Пифагора и теорема Ферма</b>	<b>218</b>
<b>Краткие сведения об авторе</b>	<b>229</b>
<b>Список литературы</b>	<b>231</b>