

Б1627
С18

УДК 517.5
ББК 22.161.1
С18

СБОРНИК ЗАДАЧ

по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению

6-е издание

Под редакцией
В. К. Романко



Москва
Лаборатория знаний

ISBN 5-78-0-00101-254-2

В16а7
С23

УДК 517.9
ББК 22.161.1
С23

Авторский коллектив:
В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов,
Л. И. Коваленко

Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко ; под ред. В. К. Романко. — 6-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 219 с. : ил.

ISBN 978-5-00101-254-2

Задачник обеспечивает практические занятия по курсу «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление».

В начале каждого параграфа приводятся решения типовых задач. Ко всем задачам даны ответы.

Для студентов физико-математических, инженерно-физических и экономических специальностей.

УДК 517.9
ББК 22.161.1

8/инв.
БЕН РАН
отдел в Учреждении РАН
Научном центре РАН
в Черноголовке

Учебное издание

Романко Василий Кириллович
Агаханов Назар Хангельдыевич
Власов Виктор Валентинович
Коваленко Лидия Ивановна

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ И ВАРИАЦИОННОМУ ИСЧИСЛЕНИЮ

Ведущий редактор *И. А. Махová*. Редактор *Н. А. Шихова*
Художник *Н. А. Новак*

Технический редактор *Е. В. Денюкова*. Корректор *Н. Н. Ежтова*
Оригинал-макет подготовлен *Е. Г. Ивлевой* в пакете \LaTeX 2 ϵ

Подписано в печать 24.09.19. Формат 70 × 100/16.

Усл. печ. л. 18,2. Заказ 7690.

Издательство «Лаборатория знаний»
125167, Москва, проезд Аэропорта, д. 3
Телефон: (499) 157-5272
e-mail: info@pilotLZ.ru, http://www.pilotLZ.ru

Отпечатано в АО «Первая Образцовая типография»
Филиал «Чеховский Печатный Двор»
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1
Сайт: www.chpd.ru, E-mail: sales@chpd.ru, тел. 8(499)270-73-59

ISBN 978-5-00101-254-2

© Лаборатория знаний, 2020

Оглавление

Предисловие	4
Глава 1. Дифференциальные уравнения первого порядка ...	5
§ 1. Составление уравнений заданного семейства плоских кривых. Приближенное изображение интегральных кривых уравнений.	5
§ 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Ортогональные траектории. Однородные уравнения	10
§ 3. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли и уравнения Риккати	17
§ 4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Замена переменных	24
§ 5. Исследование задачи Коши.	29
§ 6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.	38
Глава 2. Дифференциальные уравнения высшего порядка ..	45
§ 7. Основные типы уравнений, допускающие понижение порядка уравнения	45
§ 8. Методы решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера	56
§ 9. Методы решения линейных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами	75
§ 10. Теорема Штурма. Граничные задачи	87
Глава 3. Линейные системы дифференциальных уравнений.	94
§ 11. Методы решения линейных систем уравнений с постоянными коэффициентами	94
§ 12. Линейные системы уравнений с переменными коэффициентами.	129
Глава 4. Автономные системы дифференциальных уравнений	135
§ 13. Поведение фазовых траекторий в окрестности грубых положений равновесия.	135
§ 14. Поведение фазовых траекторий в окрестности негрубых положений равновесия и на всей фазовой плоскости	148
§ 15. Устойчивость по Ляпунову положений равновесия	154
§ 16. Первые интегралы	159
Глава 5. Автономные системы дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	166
§ 17. Линейные однородные уравнения	166
§ 18. Квазилинейные и нелинейные уравнения	182
Глава 6. Элементы вариационного исчисления	189
§ 19. Простейшая вариационная задача	189
§ 20. Обобщения простейшей вариационной задачи	203
§ 21. Изопериметрическая задача	213
§ 22. Достаточные условия строгого слабого локального экстремума в простейшей вариационной задаче	216
Список литературы	219