

**С.В. Сизый**

**ЛЕКЦИИ  
ПО  
АНАЛИТИЧЕСКОЙ  
ГЕОМЕТРИИ**

*Рекомендовано Методическим советом  
Уральского федерального университета  
в качестве учебного пособия для студентов вузов,  
обучающихся по направлениям подготовки  
01.03.01 – Математика (бакалавр),  
01.04.03 – Механика и математическое моделирование,  
02.03.01 – Математика и компьютерные науки*



**МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ®  
2021**

УДК 514.12  
ББК 22.151.54  
С 34

Сизый С.В. **Лекции по аналитической геометрии.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2021. — 256 с. — ISBN 978-5-9221-1925-2.

Настоящее учебное пособие представляет собой переработанный конспект лекций по курсу «Аналитическая геометрия» для студентов Департамента математики, механики и компьютерных наук Уральского федерального университета. В пособии представлены три обязательных к изучению в первом семестре первого курса раздела аналитической геометрии: алгебра векторов, прямые и плоскости, квадрики. После каждой лекции приводится набор задач для практических занятий.

Учебное пособие предназначено студентам математических специальностей высших учебных заведений для первоначального, но весьма обстоятельного знакомства с аналитической геометрией.

*Рекомендовано Методическим советом Уральского федерального университета в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.01 — Математика (бакалавр), 01.04.03 — Механика и математическое моделирование, 02.03.01 — Математика и компьютерные науки.*

Рецензенты:

директор Института математики и механики им. Н.Н. Красовского  
УрО РАН д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН  
*Николай Юрьевич Лукоянов;*

заведующий сектором нелинейной вихревой гидродинамики  
Института машиноведения УрО РАН д.ф.-м.н.  
*Евгений Юрьевич Просвираков*

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие для преподавателей . . . . .	5
Предисловие для студентов . . . . .	12
<b>Глава 1. Векторы</b> . . . . .	14
Вступление. Знакомство друг с другом . . . . .	14
Лекция № 1 . . . . .	16
1. Геометрические векторы. Аксиоматическое определение вектора, линейное пространство . . . . .	16
Лекция № 2 . . . . .	35
2. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора в данном базисе. Аффинная система координат . . . . .	35
Лекция № 3 . . . . .	45
3. Деление отрезка в данном отношении . . . . .	45
4. Скалярное произведение векторов. Ломка мировоззренческих стереотипов, навязанных в школе . . . . .	49
Лекция № 4 . . . . .	61
5. Преобразование координат при замене репера . . . . .	61
Лекция № 5 . . . . .	70
6. Векторное и смешанное произведения векторов в трехмерном пространстве.   . . . . .	70
Лекция № 6 . . . . .	81
7. Доказательство дистрибутивности векторного произведения относительно сложения векторов . . . . .	81
8. Вычисление векторного и смешанного произведений векторов через координаты сомножителей в ортонормированном базисе . . . . .	82
<b>Глава 2. Прямые и плоскости</b> . . . . .	88
Лекция № 7 . . . . .	88
9. Семь типов уравнений прямой на плоскости в аффинной системе координат . . . . .	88
10. Теорема о геометрическом образе линейного уравнения $Ax + By + C = 0$ . . . . .	95
Лекция № 8 . . . . .	100
11. Уравнение прямой в виде скалярного произведения. Угол между прямыми . . . . .	100
12. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Нормальное уравнение прямой . . . . .	102
13. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол от одной прямой до другой . . . . .	107

Лекция № 9 . . . . .	113
14. Плоскость в трехмерном пространстве, система координат — произвольная аффинная . . . . .	113
15. Плоскость в трехмерном пространстве, система координат — декартова прямоугольная. . . . .	120
Лекция № 10 . . . . .	129
16. Прямая в трехмерном пространстве, система координат — произвольная аффинная. . . . .	129
17. В котором рассматриваются некоторые практически важные задачи про прямые в пространстве: угол между прямыми, взаимное расположение прямых в пространстве; расстояние от точки до прямой, расстояние между двумя прямыми; общий перпендикуляр к скрещивающимся прямым. Все события разворачиваются в ортонормированном репере, поскольку он наиболее привычен для инженеров и чаще всего используется на практике . . . . .	135
Лекция № 11 . . . . .	148
18. Пучок прямых на плоскости и пучок плоскостей в пространстве	148
19. Пример простейшей задачи линейного программирования — максимизация выручки при выпуске двух типов продукции в условиях ограниченности ресурсов . . . . .	156
<b>Глава 3. Квадрики на плоскости и в пространстве . . . . .</b>	<b>167</b>
Лекция № 12 . . . . .	167
20. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. . . . .	168
21. Директориальное свойство эллипса. Оптическое свойство эллипса. . . . .	176
Лекция № 13 . . . . .	186
22. Гипербола . . . . .	186
23. Парабола. . . . .	196
Лекция № 14 . . . . .	203
24. Классификация линий второго порядка на плоскости . . . . .	203
Лекция № 15 . . . . .	217
25. Асимптотические направления. Тип квадрики . . . . .	221
26. (Факультативный, для любопытных студентов.) Диаметры и центр квадрики. . . . .	230
Лекция № 16 . . . . .	236
27. Некоторые важные поверхности второго порядка . . . . .	237
Литература . . . . .	252