

К. Ю. Осипенко

ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ



URSS

МОСКВА

Осипенко Константин Юрьевич

Выпуклый анализ: Учебное пособие. — М.: ЛЕНАНД, 2022. — 144 с.
(Учебник Школы прикладной математики и информатики МФТИ.)

Книга посвящена основам выпуклого анализа и его применению к задачам линейного программирования. В основе ее лежат курсы лекций, прочитанные автором на механико-математическом факультете МГУ имени М. В. Ломоносова и на факультете прикладной математики и управления МФТИ. Изложение основ выпуклого анализа ведется на простом, доступном языке, не требует дополнительных знаний, кроме самых начальных понятий из теории линейных нормированных пространств. Большое внимание уделяется выпуклым экстремальным задачам и понятию двойственности. Подробно описывается симплекс-метод решения задач линейного программирования и метод потенциалов для решения транспортной задачи. Приведены примеры решений этих задач.

Книга может использоваться студентами и аспирантами, обучающимися по математическим специальностям, преподавателями и научными работниками.

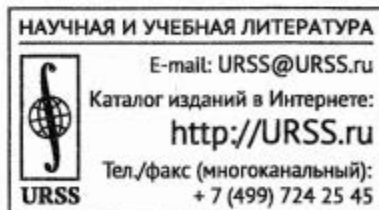
Формат 60×90/16. Печ. л. 9. Зак. № АР-9983.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-9724-2

© ЛЕНАНД, 2022



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Предисловие к серии «Учебник Школы прикладной математики и информатики МФТИ» (А. М. Райгородский)	6
Предисловие	8
Глава 1. Общая теория	9
1.1. Введение	9
1.2. Выпуклые множества	10
1.3. Аффинные подпространства	14
1.4. Теорема Каратеодори	18
1.5. Теоремы Радона и Хелли	22
1.6. Теоремы отделимости	26
1.7. Вторая теорема отделимости в конечномерном случае	28
1.8. Аффинная независимость. Симплексы	29
1.9. Относительная внутренность. Первая теорема отделимости в конечномерном случае	33
1.10. Выпуклые функции	36
1.11. Теорема Каруша—Куна—Таккера	39
1.12. Субдифференциал	43
1.13. Теорема Ферма в субдифференциальной форме	46
1.14. Субдифференциальное исчисление. Теорема Моро—Рокафеллара	48
1.15. Теорема Дубовицкого—Милютин	52

1.16. Субдифференциальная форма теоремы Каруша—Куна—Таккера	55
1.17. Двойственность выпуклых множеств	57
1.18. Двойственность выпуклых функций	58
1.19. Сопряженные функции. Преобразование Лежандра—Фенхеля—Юнга	61
1.20. Двойственность экстремальных задач	65
Глава 2. Линейное программирование	67
2.1. Задача линейного программирования в нормальной форме и двойственная к ней	67
2.2. Конус. Замкнутость конечнопорожденного конуса	68
2.3. Существование решения задачи линейного программирования и двойственной к ней	71
2.4. Теорема о двойственности в задаче линейного программирования	73
2.5. Различные формы задач линейного программирования и соответствующие двойственные задачи	75
2.6. Задача линейного программирования со смешанными ограничениями	78
2.7. Выпуклый анализ и теория линейных неравенств	80
2.8. Крайние точки в задаче линейного программирования	83
2.9. Симплекс-метод решения задач линейного программирования	87
2.10. Пример применения симплекс-метода	95

2.11. Метод искусственного базиса для нахождения начальной крайней точки . . .	96
2.12. Примеры задач линейного программирования	100
2.12.1. Задача оптимального планирования производства	100
2.12.2. Транспортная задача	101
2.12.3. Задача на минимакс	102
2.13. Транспортная задача	103
2.14. Свойства транспортной задачи	107
2.15. Методы нахождения начальной крайней точки в транспортной задаче	109
2.15.1. Метод «северо-западного угла»	110
2.15.2. Минимум по матрице	113
2.15.3. Минимум по строке	115
2.15.4. Минимум по столбцу	117
2.16. Задача, двойственная к транспортной задаче. Метод потенциалов	120
2.17. Алгоритм решения транспортной задачи с помощью метода потенциалов	126
Глава 3. Дополнения	133
3.1. Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве	133
3.2. Наилучшее равномерное приближение многочленами. Теорема Чебышева	134
3.3. Многочлены Чебышева	138
Литература	140
Предметный указатель	141