

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Южно-Российский государственный политехнический университет
(НПИ) имени М.И. Платова

В.Я. Кирпиченков, Н.В. Кирпиченкова

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО
КВАНТОВОГО ЭЛЕКТРОННОГО
ТРАНСПОРТА В НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ
ТУННЕЛЬНЫХ НАНОСТРУКТУРАХ**

Учебное пособие

Новочеркасск
ЮРГПУ (НПИ)
2022

УДК 519.711.3:167.2:538.9 (075.8)
ББК 22.18+32.973+22.3 я 73
К 43

Рецензенты: доктор технических наук, профессор В.П. Попов;
доктор технических наук, доцент, Б.М. Середин.

Кирпиченков В.Я., Кирпиченкова Н.В.

К43 Аналитические методы исследования математических моделей низкотемпературного квантового электронного транспорта в неупорядоченных туннельных наноструктурах: учебное пособие / В.Я. Кирпиченков, Н.В. Кирпиченкова; Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2022. – 134 с.

ISBN 978-5-9997-0786-4

В учебном пособии изложены аналитические методы исследования математических моделей низкотемпературного квантового электронного транспорта в неупорядоченных туннельных наноструктурах: метод подбарьерного квантового пропагатора, метод подбарьерного квантового кинетического уравнения для упругого и неупругого туннелирования, приближение Фоккера-Планка для решения подбарьерного квантового кинетического уравнения, метод интегралов по квантовым резонансно-перколяционным траекториям для «грязных» $N-I-N$ туннельных контактов, метод туннельного гамильтониана для «грязных» $S-I-S$ и $S-I-N$ туннельных контактов, где N – нормальный металл, I – изолятор, S – сверхпроводник.

Пособие предназначено для студентов ЮРГТУ(НПИ), обучающихся по направлению «Электроника и наноэлектроника», а также будет полезно для аспирантов и научных работников, специализирующихся в области математического моделирования электронных свойств наноструктур.

УДК 519.711.3:167.2:538.9 (075.8)
ББК 22.18+32.973+22.3 я 73

ISBN 978-5-9997-0786-4

©Южно-Российский государственный
политехнический университет (НПИ)
имени М.И. Платова, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРУГОГО ТУННЕЛИРОВАНИЯ В ОДНОМЕРНЫХ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ТУННЕЛЬНЫХ НАНОСТРУКТУРАХ.....	11
1.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ	11
1.2. МЕТОД ПОДБАРЬЕРНОГО КВАНТОВОГО ПРОПАГАТОРА.....	13
1.3. МЕТОД ПОДБАРЬЕРНОГО КВАНТОВОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ.....	18
1.4. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КВАНТОВОГО ПРОПАГАТОРА ДЛЯ РАСЧЕТА РЕЗОНАНСНОЙ ТУННЕЛЬНОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ	26
<i>Вопросы для самоконтроля</i>	41
2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕУПРУГОГО ТУННЕЛИРОВАНИЯ В ОДНОМЕРНЫХ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ТУННЕЛЬНЫХ НАНОСТРУКТУРАХ.....	42
2.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ	42
2.2. МЕТОД СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ.....	45
2.3. МЕТОД ПОДБАРЬЕРНОГО КВАНТОВОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ.....	46
2.4. ПРИБЛИЖЕНИЕ ФОККЕРА–ПЛАНКА	51
2.5. ТУННЕЛЬНАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ	53
2.6. ОЦЕНКИ	56
<i>Вопросы для самоконтроля</i>	58
3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕЗОНАНСНОГО УПРУГОГО ТУННЕЛИРОВАНИЯ В ТРЕХМЕРНЫХ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ТУННЕЛЬНЫХ НАНОСТРУКТУРАХ.....	59
3.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ	59
3.2. МЕТОД ИНТЕГРАЛОВ ПО КРПТ	61
3.3. ВЫЧИСЛЕНИЕ $D_m^{res}(\varepsilon, \bar{q}, \bar{p}, u)$	65
3.4. ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА. МЕЗОСКОПИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ РЕЗОНАНСНОГО ТУННЕЛЬНОГО КОНДАКТАНСА	69
<i>Вопросы для самоконтроля</i>	73

4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕРЕЗОНАНСНОГО УПРУГОГО ТУННЕЛИРОВАНИЯ В ТРЕХМЕРНЫХ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ТУННЕЛЬНЫХ НАНОСТРУКТУРАХ.....	74
4.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ.....	74
4.2. МЕТОД ПОДБАРЬЕРНОГО КВАНТОВОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ.....	77
4.3. РЕШЕНИЕ ПОДБАРЬЕРНОГО КВАНТОВОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ.....	79
<i>Вопросы для самоконтроля</i>	85
5. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КВАНТОВОГО ЭЛЕКТРОННОГО ТРАНСПОРТА В «ГРЯЗНЫХ» (M-I-M) (M=N, S) ТУННЕЛЬНЫХ КОНТАКТАХ.....	86
5.1. МЕТОД ИНТЕГРАЛОВ ПО КРПТ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНОГО ТУННЕЛЬНОГО КОНТАКТА ГРЯЗНОГО N-I-N КОНТАКТА.....	86
5.2. МЕТОД ТУННЕЛЬНОГО ГАМИЛЬТониАНА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ТОКА В ГРЯЗНЫХ S-I-S КОНТАКТАХ.....	93
5.3. НАРУШЕНИЕ СООТНОШЕНИЯ АМБЕГАОКАРА-БАРАТОВА ДЛЯ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ТОКА В ГРЯЗНЫХ S-I-S КОНТАКТАХ.....	100
5.4. МЕТОД ТУННЕЛЬНОГО ГАМИЛЬТониАНА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОДНОЧАСТОТНОГО НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО ТОКА В ГРЯЗНЫХ SIN-КОНТАКТАХ.....	108
Приложение 1. УНИМОДУЛЯРНОСТЬ ПОДБАРЬЕРНОГО ПРОПАГАТОРА ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ.....	119
Приложение 2. АСИМПТОТИКИ ИНТЕГРАЛОВ ПО ФАЗОВОМУ ПРОСТРАНСТВУ НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ СИСТЕМЫ.....	120
Приложение 3. ОПЕРАТОР И АМПЛИТУДА ПОДБАРЬЕРНОГО РАССЕЯНИЯ.....	124
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	132