

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»

Ю. Н. Антипов, Ж. И. Веницкая, Т. А. Кутузова

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Утверждено редакционно-издательским советом ФГБОУ ВО «КГТУ»
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений,
по направлениям подготовки и специальностям в области техники
и технологии

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2021

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук, доцент секции (кафедры) «Прикладная математика»
Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота
(обособленное подразделение ФГБОУ ВО «КГТУ») А. И. Руденко
доктор педагогических наук, профессор кафедры «Прикладная математика
и информационные технологии» ФГБОУ ВО «Калининградский государственный
технический университет» И. Г. Лурье

Антипов, Ю. Н.

Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Ю. Н. Антипов,
Ж. И. Виницкая, Т. А. Кутузова. – Калининград, 2021. – 196 с.
ISBN 978–5–94826–597–1

Настоящее учебное пособие составлено на основе рабочих программ дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и предназначено для студентов высших учебных заведений, по направлениям подготовки и специальностям в области техники и технологий.

Учебное пособие включает краткое содержание теоретического материала, большое количество примеров и задач по освоению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» при подготовке студентов к лекционным и практическим занятиям и при самостоятельном изучении. Приведен список рекомендуемой литературы для самостоятельного изучения.

Учебное пособие рассмотрено и одобрено на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий Калининградского государственного технического университета 12 мая 2021 г., протокол № 1

Учебное пособие рекомендовано к печати на заседании методической комиссии факультета фундаментальной подготовки Калининградского государственного технического университета 3 июня 2021 г., протокол № 2

Утверждено редакционно-издательским советом ФГБОУ ВО «КГТУ» в качестве учебного пособия. Предназначено для студентов высших учебных заведений по направлениям подготовки и специальностям в области техники и технологий.

ISBN 978–5–94826–597–1

УДК 517

© Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Калининградский государственный
технический университет», 2021 г.
© Антипов Ю. Н., Виницкая Ж. И.,
Кутузова Т. А., 2021 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	7
Часть I. Случайные события.....	8
Глава 1. Основные понятия теории вероятностей.....	8
1.1. Предмет теории вероятностей. Пространство элементарных событий.....	8
1.2. Виды случайных событий.....	9
1.3. Действия над событиями.....	14
1.4. Элементы комбинаторики	18
1.5. Классическое определение вероятности.....	23
1.6. Относительная частота.....	28
1.7. Статистическая вероятность.....	28
1.8. Геометрические вероятности.....	29
Глава 2. Теорема сложения вероятностей.....	31
2.1. Теорема сложения вероятностей несовместных событий.....	31
2.2. Вероятность событий, образующих полную группу.....	34
2.3. Вероятность противоположных событий.....	34
Глава 3. Теорема умножения вероятностей.....	36
3.1. Теорема умножения вероятностей независимых событий.....	36
3.2. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей зависимых событий.....	39
3.3. Вероятность появления хотя бы одного события.....	42
Глава 4. Следствия теорем сложения и умножения вероятностей.....	45
4.1. Теорема сложения вероятностей совместных событий.....	45
4.2. Формула полной вероятности.....	46
4.3. Формулы Байеса.....	50
Глава 5. Повторение испытаний	53
5.1. Формула Бернулли.....	53
5.2. Локальная теорема Лапласа.....	55
5.3. Формула Пуассона.....	56
5.4. Интегральная теорема Лапласа.....	56
5.5. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.....	60
Часть II. Случайные величины.....	62
Глава 6. Виды случайных величин. Задание случайной величины.....	62
6.1. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины	62

6.2. Закон распределения дискретной случайной величины. Ряд и многоугольник распределения.....	63
Глава 7. Математическое ожидание дискретной случайной величины	69
7.1. Числовые характеристики случайных величин.....	69
7.2. Математическое ожидание	69
7.3. Свойства математического ожидания.....	73
7.4. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях.....	75
Глава 8. Дисперсия дискретной случайной величины.....	77
8.1. Отклонение случайной величины от ее математического ожидания.....	77
8.2. Дисперсия	78
8.3. Свойства дисперсии.....	82
8.4. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях.....	83
8.5. Среднее квадратическое отклонение.....	83
8.6. Начальные и центральные теоретические моменты.....	87
Глава 9. Закон больших чисел.....	91
9.1. Неравенство Чебышева.....	91
9.2. Теорема Чебышева.....	92
9.3. Теорема Бернулли.....	94
Глава 10. Функция распределения вероятностей случайной величины.....	97
10.1. Определение функции распределения.....	97
10.2. Свойства функции распределения.....	97
10.3. График функции распределения.....	98
Глава 11. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.....	102
11.1. Определение плотности распределения.....	102
11.2. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.....	102
11.3. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения.....	103
11.4. Свойства плотности распределения.....	104
11.5. Числовые характеристики непрерывных случайных величин	
11.6. Мода и медиана.....	108
Глава 12. Основные распределения непрерывных случайных величин.....	111

12.1. Биноминальное распределение.....	116
12.2. Распределение Пуассона.....	116
12.3. Равномерное распределение.....	118
12.4. Показательное распределение.....	119
12.5. Нормальное распределение	123
12.6. Нормальная кривая.....	127
12.7. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал	127
12.8. Вычисление вероятности заданного отклонения.....	128
12.9. Правило трех сигм.....	130
12.10. Центральная предельная теорема (теорема Ляпунова).....	133
12.11. Эксцесс и асимметрия	134
Глава 13. Система двух случайных величин.....	134
13.1. Понятие о системе нескольких случайных величин.....	138
13.2. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины.....	138
13.3. Функция распределения двумерной случайной величины....	140
13.4. Свойства функции распределения двумерной случайной величины.....	141
13.5. Плотность совместного распределения вероятностей непре- рывной двумерной случайной величины. Свойства двумерной плот- ности вероятности	143
13.6. Числовые характеристики непрерывной системы двух слу- чайных величин.....	144
13.7. Корреляционный момент.....	146
13.8. Коэффициент корреляции	146
13.9. Линейная регрессия	148
Часть III. Элементы математической статистики	150
Глава 14. Выборочный метод.....	150
14.1. Предмет и задачи математической статистики.....	150
14.2. Выборки.....	150
14.3. Способы отбора.....	151
14.4. Статистическое распределение выборки.....	151
14.5. Эмпирическая функция распределения.....	154
14.6. Свойства эмпирической функции.....	154
14.7. Полигон и гистограмма.....	157
Глава 15. Статистические оценки параметров распределения.....	163
15.1. Виды статистических оценок.....	163
15.2. Генеральная средняя.....	163
15.3. Выборочная средняя.....	163

15.4. Групповая и общая средние.....	164
15.5. Генеральная выборочная дисперсия.....	165
15.6. Эмпирические моменты.....	168
15.7. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения.....	169
15.8. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал.....	171
15.9. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном δ	172
Глава 16. Статистические оценки статистических гипотез.....	174
16.1. Статистическая гипотеза.....	174
16.2. Виды статистических гипотез.....	174
16.3. Общая схема проверки статистических гипотез.....	175
16.4. Типы статистических критериев проверки гипотез.....	176
16.5. Критерий Пирсона.....	176
16.6. Критерий Стьюдента.....	179
16.7. Критерий Фишера-Снедекора.....	181
Предметный указатель	184
Приложения.....	188
Приложение 1	188
Приложение 2	190
Приложение 3	193
Приложение 4.....	194
Приложение 5.....	195