

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

---

Институт передовых производственных технологий

Высшая школа передовых цифровых технологий

*Ю. Я. Болдырев*

# ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ГАЗОВОЙ СМАЗКИ

Учебное пособие



**ПОЛИТЕХ-ПРЕСС**

Санкт-Петербургский  
политехнический университет  
Петра Великого

Санкт-Петербург

2022

ББК 22.161.8я73  
Б79

*Болдырев Ю. Я. Вариационные задачи теории газовой смазки : учеб. пособие / Ю. Я. Болдырев. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2022. – 273 с.*

Соответствует содержанию разделов дисциплин «Вариационное исчисление», «Вариационное исчисление и методы оптимизации».

Рассматривается применение методов вариационного исчисления и методов оптимизации к решению задач теории газовой смазки, при этом на примере изучаемых задач основное внимание уделяется рассмотрению самих основ вариационного исчисления и численных методов их реализации.

Учебное пособие предназначено для преподавателей, научных сотрудников, аспирантов и студентов высшей технической школы, а также для всех заинтересованных в освоении методов оптимизации в инженерном анализе.

Ил. 43. Библиогр.: 89 назв.

Печатается по решению  
Совета по издательской деятельности Ученого совета  
Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

ISBN 978-5-7422-7630-2  
doi:10.18720/SPBPU/2/id22-12

© Болдырев Ю. Я., 2022  
© Санкт-Петербургский политехнический  
университет Петра Великого, 2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

О целях и задачах настоящей книги .....	5
<b>1. О вариационной задаче Рэлея теории смазки .....</b>	<b>10</b>
1.1. Введение .....	10
1.2. Несколько слов о предмете теории смазки .....	10
1.3. Теория смазки и уравнение Рейнольдса .....	14
1.4. О статье Рэлея «Замечания о теории смазки».....	22
1.5. Заключение к разделу 1 .....	30
<b>2. О классическом вариационном исчислении и теории оптимального управления .....</b>	<b>33</b>
2.1. Введение .....	33
2.2. Простейшая задача вариационного исчисления .....	34
2.3. Вариационные задачи на условный экстремум и общая задача Лагранжа вариационного исчисления .....	45
2.4. Вариационное исчисление и оптимальное управление .....	49
2.5. О решении задачи Рэлея на основе неклассического вариационного исчисления .....	53
2.6. Заключение к разделу 2 .....	61
<b>3. Некоторые одномерные вариационные задачи теории газовой смазки для подпятников скольжения .....</b>	<b>63</b>
3.1. Введение .....	63
3.2. Вариационная задача Рэлея газовой смазки .....	64
3.3. Вариационная задача Рэлея с условиями периодичности.....	71
3.3.1. Случай мало сжимаемого газа .....	72
3.3.2. Случай сжимаемого газа .....	83
3.4. Реверсивный профиль с максимальной несущей способностью	94
3.5. Профиль максимальной жесткости.....	103
3.6. Заключение к разделу 3 .....	110
<b>4. Одномерные вариационные задачи теории смазки для радиальных подшипников.....</b>	<b>113</b>
4.1. Введение .....	113
4.2. Задача для радиального подшипника со свободными границами .....	114

4.2.1. Случай мало сжимаемого газа.....	114
4.2.2. Случай произвольных чисел сжимаемости.....	122
4.3. Периодическая вариационная задача для радиального подшипника .....	130
4.3.1. Случай мало сжимаемого газа.....	130
4.3.2. Случай произвольных чисел сжимаемости .....	136
4.4. Вариационная задача для радиального секторного подшипника .....	147
4.5. Вариационная задача для радиального секторного подшипника по критерию устойчивости.....	160
4.6. Заключение к разделу 4.....	167
<b>5. Пространственные вариационные задачи теории смазки.....</b>	<b>169</b>
5.1. Введение .....	169
5.2. Пространственная задача Лагранжа вариационного исчисления .....	170
5.2.1. Введение.....	170
5.2.2. Простейшая задача вариационного исчисления в пространственном случае .....	171
5.2.3. Пространственные задачи с подвижными границами и негладкие экстремали.....	177
5.2.4. Пространственная задача Лагранжа вариационного исчисления на примере задачи Рэлея .....	184
5.3. Пространственная вариационная задача Рэлея теории смазки	190
5.3.1. Введение .....	190
5.3.2. Условия Эрдманна - Вейерштрасса и неравенство Вейерштрасса .....	191
5.3.3. Решение задачи Рэлея в пространственном случае .....	201
5.3.4. О практическом применении результатов решения задачи Рэлея.....	209
5.4. Пространственная вариационная задача теории смазки с условиями периодичности.....	212
5.5. Расширенная вариационная задача для уравнения Рейнольдса	221
5.6. Заключение к разделу 5.....	230
<b>6. Понятие о численных методах решения задач вариационного исчисления и теории оптимального управления.....</b>	<b>232</b>

6.1. Введение .....	232
6.2. Градиентный метод первого порядка для решения задач вариационного исчисления и теории оптимального управления ....	233
6.2.1. Градиентный метод первого порядка для решения задач вариационного исчисления .....	233
6.2.2. Градиентный метод первого порядка для решения задач теории оптимального управления .....	241
6.3. О применении градиентного метода первого порядка к решению пространственной задачи Рэлея .....	245
6.4. Заключение к 6 разделу .....	252
<b>Приложение. К построению асимптотического уравнения Рейнольдса .....</b>	<b>254</b>
<b>Библиографический список .....</b>	<b>261</b>