

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ МЕТАЛЛОВ им. М.Н. Михеева УрО РАН

А.Б. Борисов, В.В. Киселев

**Двумерные и трехмерные
топологические дефекты,
солитоны и текстуры
в магнетиках**



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2022

УДК 530.182:537.6:517.9
ББК В311:В334
Б 82



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 21-12-00012, не подлежит продаже

Борисов А.Б., Киселев В.В. **Двумерные и трехмерные топологические дефекты, солитоны и текстуры в магнетиках.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2022. — 456 с. — ISBN 978-5-9221-1924-5.

Монография содержит изложение теории двух- и трехмерных солитонов и локализованных структур в магнитных средах. Прямые методы интегрирования, а именно: специальные подстановки, метод Хироты, преобразования Бэклунда, процедура «одевания», используются для построения и анализа пространственно неодномерных решений типичных моделей ферро- и антиферромагнетиков. С их помощью аналитически описаны вихревые солитоны и решетки из солитонных вихрей не только на фоне однородного основного состояния магнитной среды, но и на фоне полосовой доменной структуры или нелинейной спиновой волны. Исследованы кольцевые волны в магнетиках, солитонные состояния вблизи магнитных дисклинаций, проявляющие макроскопическое квантование энергии.

Для решения нелинейных краевых задач, связанных с вычислением полей топологических дефектов, предложены специальные варианты метода обратной задачи рассеяния, развиты новые приемы интегрирования нелинейных уравнений, основанные на методах дифференциальной геометрии. В рамках рассматриваемых моделей это позволило найти решения, описывающие спиральные мезоструктуры обменного происхождения, «мишени» из кольцевых доменов, струнные конфигурации из отрезков доменных стенок, в том числе на фоне полосовой доменной структуры, трехмерные дефекты типа нитевидных геликоидально-вихревых структур и т.д.

Изложены результаты численного моделирования трехмерных солитонов в легкоосном ферромагнетике с ненулевым инвариантом Хопфа и конечной энергией, внутренняя структура которых представляет собой зацепления вихревых колец. Предсказаны и теоретически описаны новые типы магнитных скирмионов в пленках киральных магнетиков.

Монография адресована научным сотрудникам, аспирантам и студентам вузов соответствующих специальностей.

© ИФМ УрО РАН, 2022

© А.Б. Борисов, В.В. Киселев, 2022

© ФИЗМАТЛИТ, 2022

ISBN 978-5-9221-1924-5

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Глава 1. Двумерные магнитные структуры и солитоны в ферро- и антиферромагнетиках в обменном приближении	13
1.1. Применение метода «одевания» к анализу цилиндрически-симмет- ричных солитонов в магнитных средах	18
1.1.1. Основные модели и $U-V$ -пары для них	18
1.1.2. Кольцевые волны намагниченности в неупорядоченных фер- ромагнетиках и спиновых стеклах	23
1.1.3. Аксиально-симметричные возбуждения и структуры в изо- тропных ферро- и антиферромагнетиках	29
1.2. Характерные свойства двумерных вихрей в ферромагнетиках	38
1.2.1. Теорема Деррика	38
1.2.2. Скирмионы или вихри Белавина-Полякова	46
1.2.3. Законы сохранения	51
1.2.4. Движение вихря в поле градиента внешнего магнитного поля .	59
1.3. Комбинированные двумерные скирмион-меронные состояния в на- ночастицах	68
1.3.1. Аналитическое описание вихрей и антивихрей в наночас- тицах	69
1.3.2. Динамики вихрей и антивихрей в планарных наномангнетиках	83
1.4. «Квантованные» нелинейные возбуждения дисклинаций в изотроп- ном антиферромагнетике	87
1.5. Спиральные структуры в двумерной модели Гейзенберга	96
1.5.1. Конформная инвариантность модели и построение решений. .	97
1.5.2. Двумерные магнитные спирали обменного происхождения . .	101
1.6. Численное моделирование локализованных структур двумерной гейзенберговской решетки	110
1.6.1. Логарифмический источник. ХУ-модель	112
1.6.2. Спиральный вихрь	116
1.6.3. «Узельные» структуры и пространственный спиральный вихрь в гейзенберговской модели	118
Глава 2. Солитоноподобные вихри и их упорядоченные структуры в моделях магнетиков, редуцируемых к двумерной модели sine- Gordon	123
2.1. Физические приложения двумерной модели sine-Gordon	123
2.2. Солитонные вихри в легкоплоскостных магнетиках	141
2.2.1. Метод Хироты. Отдельные вихри и цепочки из чередующихся вихрей и антивихрей	141
2.2.2. Подстановка Лэмба. Прямоугольные решетки из вихрей и ан- тивихрей	149
2.2.3. Применение метода Хироты для построения двумерных дина- мических решений модели	151

2.3. Солитоноподобные дефекты в несоизмеримых структурах и на фоне волны намагниченности	155
2.3.1. Двумерная решетка вихрей в соизмеримой фазе	161
2.3.2. Дорожка из одинаковых вихрей в несоизмеримой фазе	163
2.3.3. Взаимодействие спиновой волны с решеткой магнитных вихрей	165
2.3.4. Цепочка из чередующихся вихрей в несоизмеримой структуре	167
2.3.5. Цепочка чередующихся вихрей на фоне спиновой волны	176
2.4. Вихри с минимальным топологическим зарядом. Численные расчеты	177
Глава 3. Обратная задача рассеяния для эллиптического уравнения sine-Gordon с асимптотикой типа кноидальной волны	182
3.1. Прямая задача рассеяния	186
3.1.1. Функции Йоста. Операторы преобразования	186
3.1.2. Матрица перехода и редукции	190
3.1.3. Поведение функций Йоста вблизи особых точек	194
3.1.4. Зависимость матрицы рассеяния от переменной x . Связь функций Йоста с решениями уравнения sine-Gordon	198
3.2. Дискретный спектр. Классификация солитоноподобных дефектов	201
3.3. Дисперсионные соотношения	206
3.4. Обратная задача рассеяния	208
3.5. Мультисолитонные решения эллиптического уравнения sine-Gordon с асимптотикой типа кноидальной волны	212
Глава 4. Несолитонные вихревые диполи в несоизмеримых (полосовых доменных) структурах	215
4.1. Трудности метода ОЗР. Основные расчетные формулы и утверждения	217
4.1.1. Ограничения на матрицу перехода, налагаемые асимптотическим поведением поля $u(x, y)$ при $ x \rightarrow \infty$	220
4.1.2. Связь недиагональных элементов матрицы перехода с решением линеаризованного уравнения sine-Gordon	221
4.2. Решение нелинейной краевой задачи о вихревом диполе с $Q = \pm 1$	223
4.2.1. Ограничения на функции Йоста и матрицу перехода, обусловленные зеркальной симметрией конфигурации	224
4.2.2. Ограничения на функцию $\Phi(x, y)$, следующие из анализа прямой и обратной задач рассеяния	226
4.2.3. Определение параметра f по асимптотическому поведению поля $u(x, y)$ вблизи центров вихрей	230
4.3. Другие типы вихревых диполей в решетке солитонов	233
4.4. Анализ асимптотического поведения поля диполя при $r \rightarrow \infty$	241
4.5. Линейная XY-модель. Физические приложения	246
4.6. Магнитные вихревые диполи в широких джозефсоновских контактах	250
4.7. Построение решений двумерной модели sine-Gordon с асимптотикой типа «доменной стенки» при $ y \rightarrow \infty$	254
4.8. Блоховская линия в доменной стенке	264

Глава 5. Двумерные нелинейные дефекты, аналогичные дефектам линейной теории упругости	272
5.1. Дефекты и сингулярные источники. Поля дефектов на большом расстоянии от их центров	281
5.2. Нелинейные дефекты на фоне однородного основного состояния. Описание методом ОЗР.	285
5.2.1. Системы из «дислокационных», «дисклинационных» диполей, «точечных» дефектов	289
5.2.2. Дефекты, порожденные локализованными силовыми воздействиями	293
5.2.3. Исследование структур типа «мишеней» и спиральных вихревых диполей	296
5.3. Дефекты плоскопараллельной доменной структуры	307
Глава 6. Трехмерные нелинейные возбуждения в магнетиках.	314
6.1. Трехмерные спиральные структуры в изотропном ферромагнетике	314
6.2. Трехмерные антиферромагнитные дефекты и текстуры в модели главного кирального поля на группе $SU(2)$	324
6.2.1. Подстановки, приводящие к упрощению модели.	326
6.2.2. Пространственные структуры, связанные с триортогональной системой координат. Дифференциально-геометрический метод интегрирования	328
6.2.3. Пространственные структуры, связанные со второй и третьей подстановками	338
6.3. Трехмерные локализованные топологические структуры с конечной энергией в ферромагнетике	344
6.3.1. Классификация трехмерных топологических солитонов с помощью инварианта Хопфа	344
6.3.2. Модель Фаддеева	353
6.3.3. Стационарные и динамические прецессионные топологические солитоны в одноосном ферромагнетике.	357
Глава 7. Локализованные структуры в магнитных системах без центра инверсии.	373
7.1. Геликоидальные структуры в кубических киральных магнетиках	373
7.2. Решетки скирмионов.	382
7.3. Трехмерные скирмионы в тонких пленках киральных магнетиков.	387
7.4. Фазовая диаграмма для пленки изотропного гелимагнетика	392
7.4.1. Стопка спиновых спиралей	395
7.5. Киральный боббер (поплавок)	399
7.6. Экспериментальное наблюдение кирального боббера	404
7.7. Взаимодействие скирмионов.	412
7.8. Спиральные структуры в киральных магнетиках	419
Список литературы	424