



МИР математики

А.А. Казанский

Дискретная математика
в задачах

ТЕХНОСФЕРА
Москва
2022

УДК 519.1 (075)

ББК 22.176

К14

К14 Казанский А.А.

Дискретная математика в задачах

М.: ТЕХНОСФЕРА, 2022. – 344 с. ISBN 978-5-94836-657-9

В книге представлены фундаментальные понятия для всестороннего рассмотрения ключевых тем дискретной математики. Приведены детальные примеры для облегчения восприятия вводимых теоретических понятий, а также темы для обсуждения, позволяющие закрепить техники представленных алгоритмов. Дается объяснение недостаточно известных методов, таких как задание множеств формулами и упрощение формул при помощи графов, применение метода Магу для определения параметров графа на основе использования методов алгебры логики. Издание дополняют 276 задач с подробным решением.

Книга предназначена как для студентов, так и для специалистов, использующих методы дискретной математики в компьютерной технике, бизнес-исследованиях, экономике, менеджменте, логистике и связанных с ними разделах.

УДК 519.1 (075)

ББК 22.176

© Казанский А.А., 2022

© АО «РИЦ «ТЕХНОСФЕРА», оригинал-макет, оформление, 2022

ISBN 978-5-94836-657-9

Содержание

Глава 1. Теория множеств	6
1.0. Введение	6
1.1. Множество и его элементы	6
1.2. Универсальное множество и пустое множество.....	8
1.3. Подмножества	9
1.4. Диаграммы Венна.....	10
1.5. Операции над множествами	12
1.6. Фундаментальное произведение множеств.....	15
1.7. Классы множеств, степенные множества и разбиения	17
1.8. Алгебра множеств и двойственность	18
1.9. Доказательство тождеств с множествами	20
1.10. Математическая индукция.....	25
1.11. Представление множеств формулами	26
1.12. Многочлены алгебры множеств.....	29
1.13. Полные нормальные формы	31
1.14. Определение минимальных форм	34
1.15. Представление формул алгебры множеств графами.....	37
1.16. Минимизация формул алгебры множеств на графе	39
1.17. Решенные задачи	44
Глава 2. Отношения	68
2.0. Введение	68
2.1. Декартово произведение множеств	68
2.2. Отношения	69
2.3. Представление отношений	71
2.4. Композиция отношений	73
2.5. Свойства отношений.....	75
2.6. Замыкание свойств.....	78
2.7. Отношение эквивалентности	79
2.8. Отношение частичного порядка.....	81
2.9. Решенные задачи.....	81
Глава 3. Упорядоченные множества и решетки	93
3.0. Введение	93
3.1. Упорядоченные множества	93
3.2. Диаграммы Хассе	96
3.3. Супремум и инфимум	98
3.4. Изоморфизм упорядоченных множеств.....	99
3.5. Решетки	100
3.6. Нижняя грань 0 и верхняя грань 1	102
3.7. Дистрибутивные решетки	105
3.8. Решенные задачи.....	107

Глава 4. Теория графов	114
4.0. Введение	114
4.1. Определения	115
4.2. Подграфы. Изоморфизм и гомеоморфизм графов	118
4.3. Дополнение графа	119
4.4. Маршруты, цепи, циклы	122
4.5. Расстояние в графе	123
4.6. Двудольные и k -дольные графы	126
4.7. Операции над графами	129
4.8. Многомерный куб как произведение графа K_2	130
4.9. Связность графов	133
4.10. Деревья	139
4.11. Векторные пространства циклов и разрезов графа	142
4.12. Представления графов. Матрицы и списки смежности графов	150
4.13. Покрытия, независимость и паросочетания	159
4.14. Раскрашивание графов	164
4.15. Метод Магу для определения доминирующих и независимых подмножеств вершин графа, а также паросочетаний	167
4.16. Эйлеровы и гамильтоновы графы	172
4.17. Планарность	176
4.18. Ориентированные графы	178
4.19. Решенные задачи	185
Глава 5. Сети	228
5.0. Введение	228
5.1. Алгоритмы построения остовных деревьев	228
5.2. Алгоритмы поиска кратчайших путей на сети	230
5.3. Задача коммивояжера	235
5.4. Потоки в сетях	242
5.5. Алгоритм Форда – Фалкерсона (алгоритм расстановки меток)	248
5.6. Решенные задачи	250
Глава 6. Логика и исчисление высказываний	259
6.0. Введение	259
6.1. Высказывания и составные высказывания	261
6.2. Логические операции	262
6.3. Таблицы истинности для высказываний	264
6.4. Тавтологии и противоречия	265
6.5. Логическая тождественность	267
6.6. Условные высказывания	268
6.7. Алгебра высказываний	270
6.8. Построение выводов в исчислении высказываний	272
6.9. Исчисление предикатов	273
6.10. Решенные задачи	275

Глава 7. Языки, автоматы, машины Тьюринга	288
7.0. Введение	288
7.1. Алфавит и слова.....	288
7.2. Языки	289
7.3. Регулярные выражения и языки	290
7.4. Конечные автоматы FSA (finite state automata)	291
7.5. Конечные автоматы FSM (finite state machines).....	297
7.6. Машины Тьюринга.....	301
7.7. Решенные задачи.....	306
Глава 8. Кодирование в повседневной жизни	311
8.0. Введение	311
8.1. Коды Брайля и Морзе	311
8.2. Контрольные цифры	312
8.3. Штрих-коды (Bar codes).....	313
8.4. Компьютерные коды	317
8.5. Решенные задачи.....	319
Глава 9. Разностные уравнения	321
9.0. Введение	321
9.1. Рекурсии	324
9.2. Итерации	325
9.3. Разностные уравнения первого порядка	327
9.4. Банковские кредиты.....	329
9.5. Разностные уравнения второго порядка	330
9.6. Решенные задачи.....	333
Предметный указатель	339
Литература	342