

**Путенихин Петр Васильевич**

**ГЕОМЕТРИЯ  
искривлённых  
пространств**

**Сборник статей**

Саратов,  
2023

ББК 22.151.2ф; 22.313ф; 22.62ф  
УДК 514.01; 514.8; 514.12.01; 524.8; 530.12  
П 90

**Путенихин, Петр Васильевич.**  
П90 ГЕОМЕТРИЯ искривлённых пространств /  
П.В. Путенихин. – Саратов : ООО "АМИРИТ",  
2023. – 430 с., цв. илл.

ISBN 978-5-00207-234-7

Рассмотрены основные виды искривлённых пространств – пространства положительной и отрицательной кривизны. Введены соответствующие этим пространствам понятия диска и шара Римана, сферы Лобачевского. Утверждается, что параллельный перенос вектора в искривлённых пространствах невозможен в принципе, поскольку в них отсутствует понятие параллельных линий. В таких пространствах возможен только эквиугловой перенос. Рассмотрены противоречивые представления о диаграммах Пенроуза, являющихся, по сути, обычной системой координат, подобной декартовой. Приведены объёмные фигуры, построенные в пространствах положительной и отрицательной кривизны.

Книга ориентирована на читателя, интересующегося вопросами теории относительности, космологии и геометрией и имеющего некоторые представления об этих областях. Главная аудитория – это профессиональные математики и физики, преподаватели этих предметов.

ББК 22.151.2ф; 22.313ф; 22.62ф  
УДК 514.01; 514.8; 514.12.01; 524.8; 530.12

ISBN 978-5-00207-234-7

© П.В. Путенихин, 2023  
[pe\\_put@rambler.ru](mailto:pe_put@rambler.ru)

## Оглавление

<b>Иллюзия кривизны.....</b>	<b>3</b>
Логарифмическая система координат .....	5
Диаграммы Картера-Пенроуза.....	14
Диск Пуанкаре.....	29
Гравюры Эшера.....	42
Заключение .....	54
<b>Диаграмма Пенроуза как система координат .....</b>	<b>57</b>
Классы диаграмм Пенроуза .....	68
<i>Диаграмма в форме ромба (квадрата)</i> .....	72
<i>2M-диаграмма Пенроуза</i> .....	77
Алгоритм построения диаграммы Пенроуза.....	81
Динамические диаграммы Пенроуза .....	86
<i>Динамическая диаграмма обмена фотонами</i> .....	89
Произвольные фигуры на диаграмме .....	90
Заключение .....	96
<b>Показательная функция для 2M-диаграммы .....</b>	<b>98</b>
Диаграмма Пенроуза для вечной Черной дыры.....	98
Уравнение геодезической для показательной шкалы....	99
Нелинейность времени на диаграмме Пенроуза .....	109
Построение мировой линии произвольной функции ..	121
Уравнения преобразования для точки.....	123
Использование диаграммы "Вечной Черной дыры"....	124
Демонстрация: секундомеры на 2M-диаграмме .....	130
<b>Тороподобные поверхности.....</b>	<b>134</b>
<b>Пространственное линзирование.....</b>	<b>142</b>
Замкнутые пространства Евклида .....	146
Многообразия Калаби-Яу .....	157
<b>Парадоксы параллельности .....</b>	<b>160</b>
1. Сущность параллельности .....	160
<i>Определение прямой линии.</i> .....	163
<i>Смысл геодезической.</i> .....	168
<i>Сущность параллельного переноса</i> .....	175
Использование термина параллельного переноса .....	179
<i>Перемещение по контуру</i> .....	179

<i>Перемещение зависит от пути</i> .....	186
<i>Произвольный путь переноса</i> .....	191
2. Произвольная траектория в роли геодезической .....	208
<i>Перенос вектора по поверхности конуса</i> .....	218
3. О возможности сравнения векторов.....	231
<i>Парадокс рецессии</i> .....	252
<b>Заключение</b> .....	256
<b>Феномен конуса</b> .....	258
Вариации конуса .....	259
Дефицитный угол.....	260
Загадки конуса.....	271
Сечения конуса.....	276
Перенос вектора .....	282
Инверсный куб .....	284
Заключение.....	286
<b>Дифференциал площади круга <math>dS</math></b> .....	288
Аналитическое интегрирование простое .....	288
Уравнение со сложным дифференциалом .....	290
Численное интегрирование с точным элементом .....	294
Численное интегрирование простое.....	298
<b>Диск Пуанкаре</b> .....	301
Перенос вектора на диске Пуанкаре.....	305
Построение геодезической на диске Пуанкаре .....	306
Доказательство .....	312
Иллюзии кривизны.....	320
<b>Диск и шар Римана</b> .....	321
1. Вращение эллипса на диске Римана .....	323
2. Проведение эллипса через 2 точки .....	338
<i>Фокусы эллипса</i> .....	341
<i>График итерации на диаграмме</i> .....	348
<i>Программная итерация</i> .....	349
<i>Итерация с прямым перебором угла</i> .....	352
<i>Проведение дуги эллипса от точки до точки</i> .....	357
3. Фигуры на диске Римана.....	359
4. Сфера (шар) Римана .....	361

<i>Новые координаты</i> .....	371
<i>Автоматические новые координаты</i> .....	374
<i>Координаты точки С.</i> .....	376
<i>Обратное вращение</i> .....	386
5. Геометрические тела в сфере Римана .....	388
Эллиптический тетраэдр ( <i>пирамида</i> ) .....	389
Эллиптический куб .....	389
Эллиптический гиперкуб .....	390
Заключение .....	391
<b>Сфера Лобачевского</b> .....	<b>393</b>
Диск Пуанкаре .....	393
Сфера Лобачевского .....	396
Трёхмерные тела отрицательной кривизны .....	407
Гиперкуб гиперболический .....	411
Заключение .....	413
<b>Трехмерность бытия и теоремы Ферма и Пифагора.</b>	<b>414</b>
<b>Литература</b> .....	<b>418</b>