

В. В. ШАНЬКОВ

ЛЕКЦИИ
ПО УРАВНЕНИЯМ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ

Учебное пособие

Санкт-Петербург
АЛЕТЕЙЯ
2023

УДК 51-7(075.8)

ББК 22.311 я73

Ш 228

Рецензенты:

профессор кафедры общей физики НИЯУ МИФИ,
доктор физико-математических наук *В. В. Максименко*;
заведующий отделом Института автоматизации проектирования
РАН, доктор физико-математических наук *А. В. Бабаков*

Шаньков В. В.

Ш 228 Лекции по уравнениям математической физики. Учебное
пособие / В. В. Шаньков. – СПб.: Алетейя, 2023. – 256 с.

ISBN 978-5-00165-653-1

Изложен один из курсов уравнений математической физики
Московского физико-технического института / Национального
исследовательского университета. Приведены математически
строгие детальные обоснования теорем и примеров решения задач
экзаменационного уровня, основанные на базовых версиях курсов
высшей математики МФТИ.

УДК 51-7(075.8)

ББК 22.311 я73

ISBN 978-5-00165-653-1



9 785001 656531

@biblioclub: Издание зарегистрировано ИД «Директ-Медиа»
в российских и международных сервисах книгоиздательской
продукции: РИНЦ, DataCite (DOI), Книжной палате РФ

© В. В. Шаньков, 2023

© Издательство «Алетейя» (СПб.), 2023

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	5
Основные обозначения	8
1. Дифференциальные уравнения в частных производных	9
1.1. Замена системы координат	10
1.2. Приведение к диагональному виду в точке в \mathbb{R}^n	13
1.3. О примере Адамара	16
2. Метод характеристик \mathbb{R}^2	19
2.1. Приведение к каноническому виду в области	19
2.2. Задача Коши	24
2.3. Задача Гурса	37
2.4. Смешанная задача на полупрямой	42
3. Задача Коши для волнового уравнения в \mathbb{R}^{n+1}	51
3.1. Энергетическое неравенство в \mathbb{R}^{n+1}	51
3.2. Принцип Дюамеля для волнового уравнения.....	60
3.3. Задача Коши для волнового уравнения в \mathbb{R}^{3+1}	63
3.4. Задача Коши для волнового уравнения в \mathbb{R}^{2+1}	71
3.5. Задача Коши для волнового уравнения в \mathbb{R}^{1+1}	73
3.6. О корректности задач Коши для волнового уравнения.....	77
4. Задача Коши для уравнения теплопроводности в \mathbb{R}^{n+1}	79
4.1. Принцип максимума для уравнения теплопроводности	80
4.2. Принцип Дюамеля для уравнения теплопроводности	88
4.3. Формула Пуассона для уравнения теплопроводности	90
5. Интегральные уравнения	103
5.1. Уравнения с вырожденным ядром.....	103
5.2. Уравнения с малым непрерывным ядром.....	109
5.3. Уравнения с непрерывным ядром.....	111
5.4. Интегральные операторы с симметричным ядром.....	122
6. Задача Штурма–Лиувилля.....	131
6.1. Функция Грина задачи Штурма–Лиувилля.....	131
6.2. Собственные функции и значения задачи Штурма–Лиувилля.....	137
6.3. Сингулярная задача Штурма–Лиувилля.....	141
7. Смешанная задача для волнового уравнения	152
7.1. Интеграл энергии	153
7.2. Метод Фурье на отрезке для волнового уравнения	157
7.3. Колебания круглой мембраны, закреплённой по краю	167
8. Смешанная задача для уравнения теплопроводности	173
8.1. Принцип максимума для ограниченной области	173
8.2. Метод Фурье для уравнения теплопроводности	175

9. Потенциалы.....	182
9.1. Основное интегральное представление	182
9.2. Объёмный потенциал	186
9.3. Потенциал двойного слоя	190
9.4. Потенциал простого слоя	196
10. Уравнения Лапласа и Пуассона.....	201
10.1. Гармонические функции	201
10.2. Задачи Дирихле	203
10.3. Функция Грина задачи Дирихле.....	208
10.4. Задачи Неймана.....	212
10.5. Метод Фурье в круговых областях	215
10.6. Метод Фурье в шаровых областях.....	224
11. Дополнение.....	234
Заключение.....	248
Литература	249
Предметный указатель	250

Шаньков Владимир Владимирович
ЛЕКЦИИ ПО УРАВНЕНИЯМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
Учебное пособие

Главный редактор издательства
Игорь Александрович Савкин

Дизайн обложки *И. Н. Граве*

Печатается с готового оригинал-макета



ИД № 04372 от 26.03.2001 г.
Издательство «Алетейя»

Заказ книг: тел. +7 (921) 951-98-99,
e-mail: fempro@yandex.ru, Савкина Татьяна Михайловна
192029, г. Санкт-Петербург, пр. Обуховской Обороны, д. 86 А, оф. 536, 532

Редакция:
e-mail: aletheia92@mail.ru

www.aletheia.spb.ru

Книги издательства «Алетейя» можно приобрести

в Москве:

Дом книги «Москва», ул. Тверская, 8. Тел. (495) 629-64-83
«Фаланстер», ул. Тверская, д. 17. Тел. (495) 749-57-21, 629-88-21
«Циолковский», ул. Б. Молчановка, 18. Тел. (495) 691-51-16
Книжная лавка «У Кентавра». Миусская площадь, д. 6, корп. 6
Тел. (495) 250-65-46, +7-901-729-43-40, kentavr@kpole.ru

в Минске:

«Эпосервис», ул. Казинца, д. 123, оф. 4.
Тел. +37 517 338 95 23, www.tregross.com

в Риге:

«Intelektuāla grāmata»
Rīga, Kr. Varona iela 45/47. Тел. +371 67315727, info@merion.lv

Интернет-магазин: www.ozon.ru

Формат 60x90 1/8. Усл. печ. л. 16. Тираж 500 экз.