УДК 533.9

## Длина выхода плазмы на стационарный режим течения в плазмотроне

Э.Х.Исакаев, О.А.Синкевич\*, В.Б.Мордынский, А.С.Тюфтяев, А.Г.Хачатурова

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва E-mail: e-isakaev@mail.ru; 16mvb@mail.ru; astpl@mail.ru \* Московский энергетический институт (ТУ) E-mail: oleg.sinkevich@itf.mpei.ac.ru Поступила в редакцию 10 декабря 2012 г., окончательный вариант — 22 февраля 2013 г.

Методом численного моделирования физических процессов в цилиндрическом канале плазмотрона определена зависимость длины выхода плазмы на установившийся режим ламинарного течения от рабочих параметров генератора. Введены новые безразмерные критерии, характеризующие интенсивность джоулева нагрева и поток энтальпии, удобные для оптимизации геометрических параметров и электрических режимов работы генераторов плазмы.

Ключевые слова: плазмотрон, начальный участок плазменного течения, плазменные технологии.

By means of numerical simulation of physical processes occurred in a cylindrical channel of a plasmatron, dependencies of the length of attainment of plasma laminar flow on plasmatron operating parameters have been determined. New dimensionless values which describe a Joule heat intensity and enthalpy flux are proposed. These values are suitable for optimization of geometrical parameters and electrical mode of plasmatron work in various plasma technologies.

Keywords: plasmatron, lead range of plasma flow, plasma technology.

### Введение

Плазменные технологии широко применяются в различных областях промышленности и реализуются с использованием простых по конструкции электродуговых генераторов низкотемпературной плазмы (плазмотронов), позволяющих достаточно легко управлять режимами их работы. Оптимизация режимов работы плазмотрона возможна, если известны связи регулируемых параметров (сила тока, радиус канала разрядного промежутка, род и расход рабочего газа, давление) с локальными и интегральными характеристиками генерируемого потока плазмы [1-5]. Выбор связи между внешними и внутренними параметрами процесса определяется экспериментально или численным моделированием процессов в плазмотроне с использованием уравнений магнитной газодинамики. Для разработки и использования плазмотронов в различных технологических процессах необходимо знать их вольтамперные и гидродинамические характеристики, а также области существования ламинарного и турбулентного режимов течения плазмы. Важным параметром при этом является длина начального участка, от величины которой зависят энергетические характеристики, тип и конструктивные особенности генератора плазмы.

Обычно при изучении процессов нагрева и ускорения газа электрической дугой в канале плазмотрона, а также при обработке экспериментальных данных используют произвольно выбранные полуэмпирические безразмерные параметры.

В данной работе для расчета параметров генерируемой плазмы использованы разработанные ранее методы численного моделирования физических



Рис.1. Схема начального участка канала: 1 — область расширения; 2 — переходная область; 3 — асимптотическая область [8].

процессов, протекающих при нагреве и ускорении холодного газа электрической дугой в цилиндрическом канале плазмотрона [6-9]. Принималось, что плазма является квазинейтральной и находится в состоянии локального термодинамического равновесия. В расчетах рассматривался режим ламинарного течения, при котором поток холодного газа поступает на вход цилиндрического канала плазмотрона. На начальном участке плазмотрона условно выделялись три характерные области дуги (рис.1).

Предполагалось, что холодный газ подается в цилиндрический канал плазмотрона и в результате термической ионизации возникает плазменный поток — электрическая дуга, стабилизированная спутным кольцевым аксиальным течением слабо ионизованного газа. На внутреннем электроде имеется насадка, через которую с небольшим расходом пропускается газ. Таким способом на срезе насадки достигается одномерное, близкое к асимптотическому (установившемуся), течение плазмы и, тем самым, исключается влияние электрода и приэлектродной области на характеристики дуги. За счет теплопроводности и излучения происходит нагрев окружающего газа и его вовлечение в движение, вследствие чего столб электрической дуги постепенно расширяется и достигается асимптотический режим одномерного течения дуговой плазмы, представляющий наибольший интерес с точки зрения большинства плазменных технологий.

В связи с этим с точки зрения разработки автоматизированных систем управления технологическими процессами важно определить длину канала, на которой течение плазмы выходит на установившийся режим, ее зависимость от рабочих параметров плазмотрона, а также границу перехода ламинарного течения в турбулентное. Для удобства расчетов желательно использовать безразмерные критерии работы генератора плазмы.

#### Расчет начального участка течения плазмы

В области стабилизированного течения плазмы ее температура  $T_{rr}(r)$  и скорость  $u_{rr}(r)$  зависят только

от радиальной координаты *г*. Простейшая модель для стационарного ламинарного течения "оптически тонкой" плазмы состоит из уравнения движения (уравнении Пуазейля) и уравнения энергии (уравнение Эленбааса-Хеллера) [4,5]

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\mu\frac{du_{st}}{dr}\right) = -\frac{dp}{dz},\tag{1}$$

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\lambda\frac{dT_{st}}{dr}\right) = \sigma E^2 - \psi_{ray},$$
(2)

где p — давление газа;  $\Psi_{ray}$  — мощность радиационных потерь на единицу объема; E — продольная компонента напряженности электрического поля;  $\lambda$  — теплопроводность газа;  $\mu$  — динамическая вязкость газа.

Уравнения (1)-(2) решаются с граничными условиями на оси канала

$$r = 0, \quad \frac{du_{st}}{dr} = 0, \quad \frac{dT_{st}}{dr} = 0, \tag{3}$$

и на стенке канала

$$r = r_w, \quad u_{st} = 0, \quad T_{st} = T_w = 300 \,\mathrm{K},$$
 (4)

где  $r_w$  и  $T_w$  — радиус и температура на стенке канала, соответственно.

Уравнения (1)-(2) также дополняются соотношениями для расхода газа в плазмотроне *G* 

$$G = 2\pi \int_{0}^{r_{w}} \rho u_{st} r dr$$

где р — плотность газа,

и закона Ома в интегральном виде

$$E = \frac{I}{2\pi \int_{0}^{r_{w}} \sigma r dr}.$$
(5)

Генерируемая в канале плазмотрона мощность *N* равна

$$N = I \int_{0}^{l_{\rm K}} E dz,$$

где *I* — ток дуги; *l*<sub>к</sub> — длина канала.

В уравнении Пуазейля (1) присутствует продольный градиент давления, который на стабилизированном участке зависит только от параметров задачи (расхода газа, тока дуги, внутреннего диаметра канала), но не от продольной координаты z. В явном виде величина dp/dz уравнением (1) не определяется и для ее вычисления необходимо привлекать интегральное уравнение неразрывности.

Введение модифицированной скорости

$$U_{st}(r) = \frac{u_{st}(r)}{\left(-\frac{dp}{dz}\right)},\tag{6}$$

позволяет переписать уравнение Пуазейля в виде

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\mu\frac{dU_{st}}{dr}\right) = 1$$
(7)

с теми же граничными условиями (3), (4), в которые вместо  $u_{st}$  необходимо подставить  $U_{st}$ .

С учетом (6) уравнение неразрывности (5) принимает вид

$$G = 2\pi \int_{0}^{r_{w}} \rho u_{st} r dr = 2\pi \left(-\frac{dp}{dz}\right) \int_{0}^{r_{w}} \rho U_{st} r dr$$

и из него можно получить выражение для вычисления продольного градиента давления

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{G}{2\pi \int_{0}^{r_{w}} \rho U_{st} r dr}.$$
(8)

Зная градиент давления и профиль модифицированной скорости, с помощью (6) легко определить скорость плазмы на участке стабилизированного течения

$$u_{st}(r) = \left(-\frac{dp}{dz}\right) U_{st}(r) = \frac{GU_{st}(r)}{2\pi \int_{0}^{r_{w}} \rho U_{st} r dr}.$$
(9)

Таким образом, в окончательном виде система уравнений Пуазейля и Эленбааса-Хеллера с соответствующими граничными условиями запишется следующим образом:

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\mu\frac{dU_{st}}{dr}\right) = 1$$
(10)

И

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\lambda\frac{dT_{st}}{dr}\right) = \sigma E^2 - \psi_{ray} \tag{11}$$

с граничными условиями на оси канала

$$r = 0, \quad \frac{dU_{st}}{dr} = 0, \quad \frac{dT_{st}}{dr} = 0 \tag{12}$$

и на стенке канала

$$r = r_w, \quad U_{st} = 0, \quad T_{st} = T_w = 300 \text{ K.}$$
 (13)

и интегральным законом Ома (5).

Необходимо отметить, что данная система, описывающая ламинарный режим, не содержит в явном виде расход газа G, а зависит только от электрического тока и внутреннего диаметра канала. Численное решение этой системы позволяет определить профили температуры  $T_{st}(r)$  и модифицированной скорости  $U_{st}(r)$ , а зная профиль  $U_{st}(r)$  и расход газа G по формулам (8), (9) можно вычислить градиент давления

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{G}{2\pi\Gamma}$$
(14)

и профиль скорости на стабилизированном участке в канале

$$u_{st}(r) = \frac{G}{2\pi} \frac{U_{st}}{\Gamma},$$
  
где  $\Gamma = \int_{0}^{r_{w}} \rho U_{st} r dr.$ 

Для получения профилей распределения температуры  $T_{st}(r)$  и скорости  $u_{st}(r)$  на участке стабилизированного течения в канале проводились численные расчеты системы (1)-(6) для заданных значений диаметра канала d, тока дуги I и расхода газа G.

Длина начального участка цилиндрического канала плазмотрона, на котором происходит выход на режим стабилизированного течения электродуговой плазмы, определяется из двумерных уравнений

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial z} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \sigma E^2 - \psi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$
(15)

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial z} + v\frac{\partial u}{\partial r}\right) = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho + \mu\frac{H^2}{2}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu\frac{\partial u}{\partial r}\right),$$
(16)

где *и* — аксиальная составляющая скорости газа; *v* — радиальная составляющая скорости газа; *H* — азимутальная компонента напряженности магнитного поля. Необходимые для расчетов теплофизические свойства аргона взяты из работы [8].

При проведении расчетов критерий выхода на установившийся режим течения определяется сравнением функциональных норм [10] для двумерных профилей T(z,r) и u(z,r) с нормами для одномерных профилей  $T_{st}(r)$  и  $u_{st}(r)$  стабилизированного участка.

И

Двумерные функции-невязки в виде

$$\delta T(z,r) = T(z,r) - T_{st}(r),$$

 $\delta u(z,r) = u(z,r) - u_{st}(r)$ 

позволяют ввести функциональную норму

$$\left\|f\left(x\right)\right\| = \sqrt{\int_{a}^{b} \left[f\left(x\right)\right]^{2} x dx}, \quad a \le x \le b,$$

где  $\varepsilon \succ 0$  — задаваемая погрешность расчета.

Выход профилей T(z,r) и u(z,r) на стабилизированный участок происходит при координате z, для которой одновременно выполняются условия

$$\frac{\left\|\delta u(L_{\rm HF},r)\right\|}{\left\|u_{st}(r)\right\|} = \frac{\sqrt{\int_{0}^{r_{w}} \left[u(L_{\rm HF},r)-u_{st}(r)\right]^{2} r dr}}{\sqrt{\int_{0}^{r_{w}} \left[u_{st}(r)\right]^{2} r dr}} \leq \varepsilon \ (17)$$

И

$$\frac{\left\|\delta T(L_{\rm HT},r)\right\|}{\left\|T_{st}\left(r\right)\right\|} = \frac{\sqrt{\int_{0}^{r_{\rm W}} \left[T(L_{\rm HT},r) - T_{st}(r)\right]^{2} r dr}}{\sqrt{\int_{0}^{r_{\rm W}} \left[T_{st}\left(r\right)\right]^{2} r dr}} \leq \varepsilon, \quad (18)$$

где  $L_{\rm HT}$  — длина гидродинамического начального участка, а  $L_{\rm HT}$  — длина термического начального участка.

Другой способ определения длины канала, соответствующей выходу на установившийся режим течения плазмы, основан на критерии выбора сечения, в котором характеристики течения отличаются не более, чем на  $\varepsilon$ =0,1%:

$$\left|1 - \frac{T(z, r)^{i+1,k}}{T(z, r)^{i,k}}\right| \le \varepsilon,$$
$$\left|1 - \frac{u(z, r)^{i+1,k}}{u(z, r)^{i,k}}\right| \le \varepsilon.$$

Однако в этом случае выход на стабилизированный участок обеспечивается не всегда.

Предлагаемая функциональная норма (двумерная функция-невязка) позволяет достаточно корректно рассчитать длину участка выхода на стабилизированное течение в канале плазмотрона и установить зависимость этой длины от рабочих



Рис.2. Зависимость безразмерной длины установления профилей температуры и скорости плазменного потока от тока дуги плазмотрона с диаметром канала *d*=0,008 (*a*), 0,01 (*б*) и 0,015 м (*в*).

параметров задачи. Расчетные зависимости нормированной на диаметр канала плазмотрона длины установления стабилизированного течения (начального участка) L/d от тока дуги для разных значений расхода газа (аргона) представлены на рис.2, а от расхода газа при разных значениях тока дуги — на рис.3. Эти данные позволяют подобать наиболее подходящие для конкретной плазменной технологии генераторы плазмы.



Рис.3. Зависимость безразмерной длины установления профилей температуры и скорости плазменного потока от расхода газа (аргона) в плазмотроне с диаметром канала *d*=0,008 (*a*), 0,01 (*б*) и 0,015 м (*в*).

# Безразмерные критерии для обработки параметров электродуговой плазмы на начальном участке

Существование ламинарного течения плазмы может быть определено по эффективному числу Рейнольдса Re<sub>ef</sub> [6,7]. Этот подход естественным образом объединяет гидродинамическое и термическое воздействие на поток и учитывает переменность свойств плазмы при ее неоднородном



Рис.4. Зависимость безразмерной длины начального участка от безразмерной интенсивности джоулева нагрева при разном расходе газа (аргона) в плазмотроне с диаметром канала d=0,01 (a) и 0,015 м (б).

течении. Использование методики [6,7] и результатов [11-14] по сопротивлению трения и напряженности электрического поля на стабилизированном участке потока позволило установить критическое значение эффективного числа Рейнольдса (Re<sub>ef</sub>)<sub>cr</sub>=2000, определяющее границу ламинарного режима течения плазмы в цилиндрическом канале, и рассчитать среднемассовую температуру плазмы T<sub>m</sub>. Полное соответствие экспериментальных результатов [11-14] закону ламинарного трения с использованием (Re<sub>ef</sub>)<sub>cr</sub> позволяют утверждать, что течение плазмы на стабилизированном участке с точки зрения гидродинамики аналогично течению "обычной" жидкости с постоянными свойствами, если для описания плазменного течения использовать параметры  $\operatorname{Re}_{ef}$ и  $T_m$ .

Для технических приложений удобно использовать гидравлическую характеристику течения (14) и гидравлический коэффициент сопротивления

$$\varsigma = \frac{\pi d_w^3}{2G\overline{U}},\tag{19}$$



Рис.5. Зависимость интенсивности джоулева нагрева на единицу длины канала диаметром *d*=0,01 м от расхода аргона и тока дуги плазмотрона.



Рис.6. Зависимость интенсивности джоулева нагрева на единицу длины канала диаметром *d*=0,01 м от тока дуги и расхода аргона в плазмотроне.

где 
$$\overline{U} = \frac{2}{r_w^2} \int_0^{r_w} U_{st} r dr.$$

Согласно [6,7], для определения границ ламинарного течения необходимо рассчитать эквивалентное число Рейнольдса

$$\operatorname{Re}_{eq} = \frac{128G\overline{U}}{\pi d_{w}^{3}}.$$
(20)

В дополнение к известным критериям [15-17] вводятся новые — безразмерная интенсивность джоулева нагрева и безразмерный поток энтальпии. Интенсивность джоулева нагрева в плазмотроне определяется как

$$IE = \frac{I^2}{2\pi \int\limits_{0}^{r_w} \sigma r dr}.$$

Безразмерная интенсивность джоулева нагрева в канале плазмотрона



Рис.7. Зависимость потока энтальпии от тока дуги и расхода аргона в плазмотроне с диаметром канала d=0,005 (a), 0,01 (б) и 0,015 м (в).

$$j = \frac{EIp}{c_{p0}T_0G} \left(\frac{dp}{dz}\right)^{-1}$$
(21)

представляет собой отношение интенсивности джоулева нагрева *EI* на единицу длины канала (то есть  $p(dp/dz)^{-1}$ ) к потоку энтальпии на входе в канал плазмотрона. Здесь  $c_{p0}$  и  $T_0$  — теплоемкость и температура газа при постоянном давлении на входе в плазмотрон.

Поток энтальпии в плазмотроне равен

$$J_p = 2\pi \int_0^{r_{wp}} c_p T(r) \rho(r) u(r) r dr,$$

а безразмерный поток энтальпии

$$J_i = \frac{2\pi \int_0^{r_{\rm up}} c_p T(r) \rho(r) u(r) r dr}{c_p T_0 G},$$
(22)



Рис.8. Зависимость безразмерного потока энтальпии от безразмерной интенсивности джоулева нагрева в плазмотроне с диаметром канала d=0,005 (a), 0,01 (б) и 0,015 м (в).

определяется как отношение потока энтальпии на установившемся режиме к потоку энтальпии холодного газа на входе в канал плазмотрона.

Зависимость безразмерной длины начального участка от безразмерной интенсивности джоулева нагрева для различных значений расхода аргона показывает наличие минимальной длины установления стабилизированного течения (рис.4).

В работе [18] обработка экспериментальных данных по длине начального участка и профилю распределения скорости проводилась с использованием различных физически не обоснованных эмпирических зависимостей при произвольном выборе характерных размерных и безразмерных величин и параметров, и в результате для обработки экспериментальных результатов использовался размерный параметр, равный отношению тока дуги к диаметру канала плазмотрона.

Предлагаемый в данной работе безразмерный параметр — интенсивность джоулева нагрева в канале плазмотрона (21) наглядно демонстрирует физику явления. Зависимости безразмерной длины установления профилей температуры и скорости от безразмерной интенсивности джоулева нагрева (рис.4) показывают немонотонное изменение *l/d* от тока разряда, а безразмерный поток энтальпии характеризует эффективность преобразования электрической энергии в теплоту плазменного потока.

Зависимости интенсивности джоулева нагрева на единицу длины канала Elp/(dp/dz) от тока, расхода аргона и диаметра канала представлены на рис.5, 6, а соответствующие зависимости потока энтальпии  $J_p$  и безразмерного значения  $J_i(j)$  — на рис.7 и рис.8.

### Выводы

Определена зависимость длины выхода на установившийся режим ламинарного течения плазмы в канале плазмотрона от его геометрических и энергетических параметров. Для удобства численных расчетов введены два новых безразмерных критерия — безразмерная интенсивность джоулева нагрева и безразмерный поток энтальпии, характеризующие эффективность преобразования электрической энергии в теплоту плазменного потока. Определена зависимость этих критериев от рабочих параметров плазмотрона.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №11-08-00277-а.

### Литература

- 1. Финкельнбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М.: ИЛ, 1961, 370 с.
- Глебов И.А., Рутберг Ф.Г. Мощные генераторы плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1985, 153 с.
- Исакаев Э.Х., Синкевич О.А., Тюфтяев А.С., Чиннов В.Ф. Исследование генератора низкотемпературной плазмы с расширяющимся каналом выходного электрода и некоторые его применения. Теплофизика высоких температур, 2010, т.48, №1, с.105-134.
- 4. Синкевич О.А. Перспективы использования плазменных и электроразрядных технологий в теплоэнергетике. Теплоэнергетика, 2004, №3, с.57-60.
- Синкевич О.А., Стаханов И.П. Физика плазмы. М.: Высшая школа, 1991, 302 с.
- 6. Синкевич О.А., Чикунов С.Е. Критическое число Рейнольдса в течениях плазмы на стабилизированном участке плазматрона. Изв. РАН, МЖГ, 2004, №5, с.49-61.
- Синкевич О.А., Чикунов С.Е. Обобщенные профили Пуазейля в течениях плазмы на стабилизированном участке плазматрона. ТВТ, 2005, т.43, №2, с.165-174.
- Математическое моделирование электрической дуги.
   Ред. В.С.Энгельшт. Фрунзе: Илим, 1983, 362 с.
- Глазков В.В., Исакаев М.-Э.Х., Синкевич О.А., Хачатурова А.Г., Чикунов С.Е. Расчет ламинарных течений плазмы в канале плазмотрона с самоустанавливающейся длиной электрической дуги. ТВТ, 2002, т.40, №6, с.853-860.

- Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972, 576 с.
- Исакаев Э.Х., Синкевич О.А., Спектор Н.О., Тазикова Т.Ф., Хачатурова А.Г. Исследование генератора низкотемпературной плазмы с расширяющимся каналом выходного электрода. ТВТ, 2010, т.48, №6, с.816-827.
- 12. Runstadler P.W. Laminar and turbulent flow of argon arc plasma. Harvard University, Div. Eng. and Applied Physics, 1965, Tech.Rep. No.22, 73 p.
- Frind G., Damsky B.L. Electric arcs in turbulent flows. Wright-Patterson Air Force Base, Aerospace Research Laboratories, ARL 70-0001. Ohio, 1970, v.IV, 86 p.
- Lukens L.A., Incropera F.P. Electric field intensity and wall heat transfer measurements for the heating region of an atmospheric cascade arc. Int.J.Heat Mass Transfer, 1972, v.8, p.935-952.
- Пахомов Е.П., Ярцев И.М. Экспериментальное определение длины и характеристик начального участка ламинарного потока в стабилизированной электрической дуге. ТВТ, 1977, т.15, №5, с.949-957.
- Жуков М.Ф., Коротеев А.С., Урюков Б.А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск: Наука, 1975, 298 с.
- Жайнаков А., Лелевкин В.М., Мечев В.С., Семенов В.Ф., Урусов Р.М. Электрическая дуга — генератор низкотемпературной плазмы. Бишкек: Илим, 1990, 440 с.
- Электродуговые генераторы низкотемпературной плазмы. Ред. М.Ф.Жуков, И.М.Засыпкин. Новосибирск: Наука, 1999, 711 с.