

ФИЗИЧЕСКАЯ
ХИМИЯ

УДК 536.46

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
СПУТНОЙ ВОЛНЫ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ.
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

© 2013 г. А. П. Алдушин, Т. П. Ивлева

Представлено академиком А.Г. Мержановым 21.02.2013 г.

Поступило 21.02.2013 г.

DOI: 10.7868/S0869565213200152

Фильтрационное горение (ФГ) — распространение волн экзотермического превращения в пористой среде при фильтрации окислителя — реализуется как в природных условиях (тление, подземные пожары и т.п.), так и во многих технологических процессах [1, 2]. Среди различных схем проведения процессов ФГ особый интерес представляет вариант с фильтрацией окислителя через продукты сгорания (спутное горение). Уникальной особенностью таких волн ФГ является их способность концентрировать энергию сгорания топлива, в результате чего температура в зоне реакции может достигать теоретически неограниченных значений [3, 4]. Эффективное использование ФГ в технологических целях предполагает стационарное распространение плоского фронта реакции, заполняющего все сечение реактора.

Анализ устойчивости фронта к бесконечно малым искривлениям, проведенный в предположении большой (по сравнению с толщиной зоны горения) ширины канала реактора, выполнен в работе [5]. Результатом анализа явилось заключение о возможной неустойчивости плоской волны ФГ. Экспериментальное изучение проблемы устойчивости волн ФГ, проведенное в [6], подтвердило, что распространение плоского фронта ФГ может быть неустойчивым и может сопровождаться формированием структур, подобных фингерам (пальцам) Саффмана—Тэйлора (Saffman—Taylor), которые обнаружены при вытеснении сильновязкой жидкостью маловязкой жидкостью [7].

В настоящей работе впервые проведено математическое моделирование двумерного нестационарного процесса ФГ при вынужденной фильтрации окислителя в направлении распространения

волны горения. Целями исследования являлись определение условий реализации ФГ с устойчивым плоским фронтом в каналах конечной ширины, а также изучение режимов распространения волн ФГ в области неустойчивости плоского фронта реакции.

Физическая постановка задачи сводится к следующему. В реактор, заполненный пористой шихтой, содержащей топливную компоненту, подают газовую смесь с концентрацией окислителя a_0 . Расход газа на входе ($x = 0$) поддерживается постоянным (G_0). Инициирование реакции высокотемпературным источником приводит к распространению фронта в направлении x со скоростью u . Выгорание топлива сопровождается изменением структуры пористой среды, в результате чего пористость, температуропроводность и проницаемость продуктов горения могут отличаться от значений этих характеристик для исходной шихты. Задачу рассматриваем в плоской геометрии, предполагающей, что реактор имеет вид тонкого щелевидного канала.

При малых скоростях распространения фронта реакции, характерных для волн ФГ, различием температур частиц и газа можно пренебречь и рассматривать пористую среду локально однородной в тепловом и концентрационном отношении. В этом приближении безразмерная система уравнений, описывающая процесс ФГ, имеет следующий вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} (1 + c_p \varepsilon \rho - c_p \mu_g \eta) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left((1 + (\Lambda_1 - 1) \eta) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left((1 + (\Lambda_1 - 1) \eta) \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right) - c_p \left(G_\xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + G_\zeta \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right) + \\ &+ (1 - \theta_0) \frac{\partial \eta}{\partial \tau} - \alpha_h (\theta - \theta_0); \\ \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= - \frac{\partial G_\xi}{\partial \xi} - \frac{\partial G_\zeta}{\partial \zeta} + \mu_g \frac{\partial \eta}{\partial \tau}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\theta_0}{\theta} (1 + (\Sigma_1 - 1)\eta); \\ G_\xi &= -\rho(1 + (K_1 - 1)\eta) \frac{\partial P}{\partial \xi}; \\ G_\zeta &= -\rho(1 + (K_1 - 1)\eta) \frac{\partial P}{\partial \zeta}; \\ \varepsilon \rho \frac{\partial a}{\partial \tau} &= -G_\xi \frac{\partial a}{\partial \xi} - G_\zeta \frac{\partial a}{\partial \zeta} + \\ &+ \varepsilon Le \left(\frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial \zeta^2} \right) - (\mu + \mu_g a) \frac{\partial \eta}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial \eta}{\partial \tau} &= W_\eta = \\ &= \begin{cases} k_W (1 - \eta) a \exp \left(E_a \left(1 - \frac{1}{\theta} \right) \right) & \text{при } \eta < 1, \quad a > 0, \\ 0 & \text{при } \eta = 1, \quad a = 0. \end{cases}\end{aligned}$$

Начальные условия:

$$\tau = 0: \quad \theta = \theta_0, \quad \eta = 0, \quad \rho = 1, \quad a = a_0.$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned}\xi = 0: \quad G_\xi &= G_{\xi,0}, \quad a = a_0, \\ \frac{B_0}{c_p G_{\xi,0}} (1 + (\Lambda_1 - 1)\eta) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} &= \theta - \theta_g; \\ \theta_g &= \begin{cases} \theta_{ign}(\zeta) & \text{при } \tau \leq \tau_{ign}, \\ \theta_0 & \text{при } \tau > \tau_{ign}; \end{cases} \\ \xi = L_\xi: \quad P &= 0, \quad \frac{\partial a}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0; \\ \zeta = 0: \quad G_\zeta &= 0, \quad \frac{\partial a}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \alpha_\zeta (\theta - \theta_0); \\ \zeta = L_\zeta: \quad G_\zeta &= 0, \quad \frac{\partial a}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = -\alpha_\zeta (\theta - \theta_0).\end{aligned}$$

Здесь τ — время; ξ, ζ — координаты вдоль и поперек канала реактора, a — концентрация окислителя; η — глубина превращения; θ — температура; ρ — плотность газа; ε — отношение плотностей газа и топлива в исходной шихте; G_ξ, G_ζ — продольная и поперечная составляющие потока газа; W_η — скорость реакции, E_a — энергия активации; μ, μ_g — стехиометрические коэффициенты; c_p — отношение теплоемкости газа к теплоемкости шихты; Le — число Льюиса; L_ξ, L_ζ — длина и ширина канала; α_h, α_ζ — коэффициенты теплопотерь от пластины и боковых стенок щелевого реактора; K_1, Λ_1, Σ_1 — отношения коэффициентов проницаемости, теплопроводности и пористости продуктов сгорания и исходной шихты; θ_{ign}, τ_{ign} — температура и время зажигания. Индекс 0 соответствует начальным значениям параметров, а g — газу.

Потенциал P определен как

$$P = \varepsilon \frac{k_{f,0} p_0}{\kappa} \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right),$$

где $k_{f,0}, \kappa$ — коэффициенты фильтрации и температуропроводности шихты. В отличие от слабо меняющегося давления p , потенциал P может меняться в широких пределах вследствие больших значений коэффициента фильтрации $k_{f,0}$ в условиях высокой проницаемости пористой среды.

Результаты численного решения задачи представлены на рис. 1–4. Целью расчетов было определение условий потери устойчивости плоского фронта и режимов распространения волны ФГ в области неустойчивости. Основной акцент сделан на выяснении влияния изменения проницаемости во фронте реакции на режим распространения волны. Баланс газа в реакции предполагался нейтральным ($\mu_g = 0$). В тех случаях, когда это не оговорено специально, в расчетах использованы следующие значения безразмерных параметров:

$$G_{\xi,0} = 1, \quad a_0 = 1, \quad \theta_0 = 0.3, \quad E_a = 10,$$

$$B_0 = 0, \quad c_p = 0.6, \quad Le = 0, \quad \varepsilon = 10^{-3},$$

$$\frac{c_i}{c_f} = 1, \quad \frac{\rho_i}{\rho_f} = 0, \quad \mu = 0.2, \quad \mu_g = 0,$$

$$\alpha_h = \alpha_\zeta = 0, \quad k_W = 1, \quad K_1 = 10, \quad \Lambda_1 = 1.$$

Время и температуру зажигания (τ_{ign}, θ_{ign}) выбрали так, чтобы минимизировать время выхода на установившийся режим распространения фронта. На рис. 1 представлена серия расчетов, показывающих положение фронта реакции (определяемое по глубине превращения $\eta = 0.5$) для эквидистантных (с $\Delta \tau$) последовательно возрастающих моментов времени τ_i при различных значениях отношения коэффициентов проницаемости продуктов сгорания и исходной шихты (K_1). Во всех вариантах этой серии инициирование осуществлялось высокотемпературным источником ($\theta_{ign} = 2$), распределенным на половине ширины канала в центральной его части. При пониженной проницаемости продуктов сгорания ($K_1 < 1$) фронт горения, изначально локализованный в центре, распространяется на всю ширину канала и приобретает плоскую форму. В случае повышенной проницаемости области продуктов горения ($K_1 = 1.1$) фронт также распространился на всю ширину канала, однако его конфигурация все более отличается от плоской по мере продвижения волны.

Результаты расчетов, представленные на рис. 1, позволяют заключить, что потеря устойчивости плоского фронта происходит при значениях K_1 , близких к единице, что соответствует выводу [5].

Роль параметра K_1 в дестабилизации плоского фронта и динамике его распространения показана на рис. 2. В расчетах этой серии зажигание осуществляли при температуре, слабо возмущенной

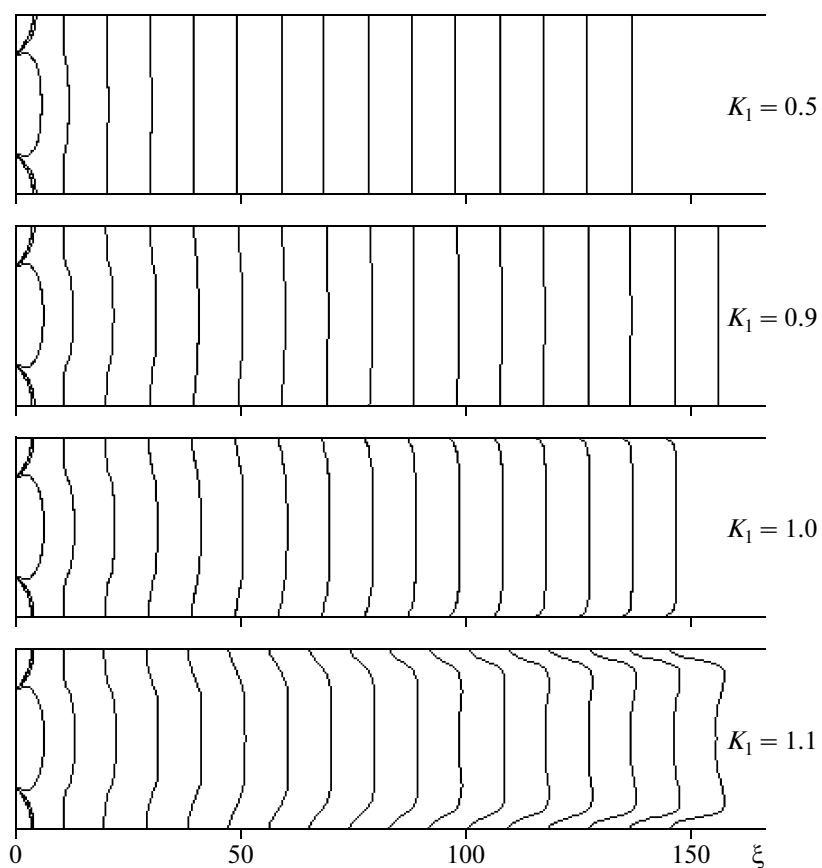


Рис. 1. Эволюция формы фронта реакции при различных значениях K_1 : $\Delta t = 10$, $L_\xi = 200$, $L_\zeta = 10$.

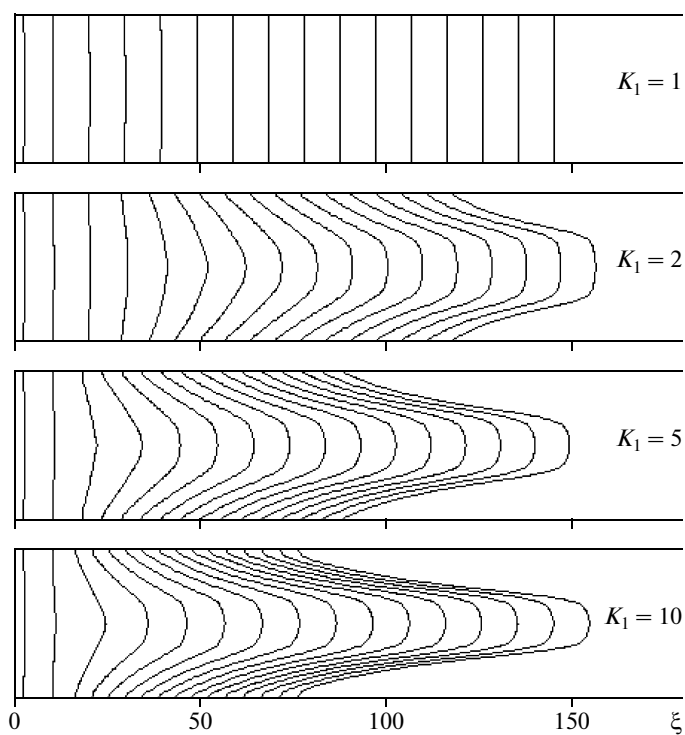


Рис. 2. Динамика распространения фронта при слабо возмущенной температуре источника зажигания при различных значениях K_1 : $\Delta t = 10$, $L_\xi = 200$, $L_\zeta = 10$.

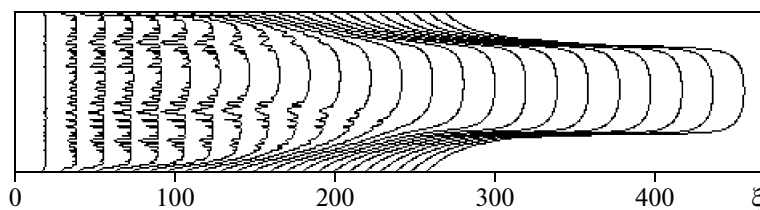


Рис. 3. Динамика структурирования фронта в длинном канале при однородном зажигании.

$K_1 = 6$, $L_\xi = 500$, $L_\zeta = 24$, $k_W = 20$, $\Delta\tau = 20$.

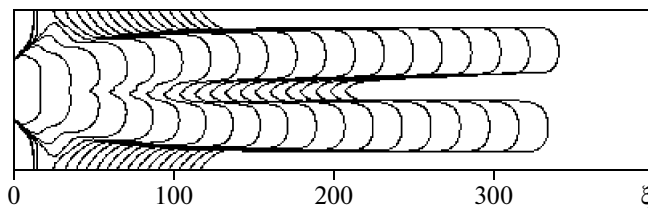


Рис. 4. Динамика структурирования фронта в длинном канале при локальном центральном инициировании процесса.

$K_1 = 6$, $L_\xi = 500$, $L_\zeta = 48$, $k_W = 8$, $\Delta\tau = 20$.

по ширине канала $\theta_{ign}(\zeta) = \theta_g + 0.03 \sin\left(\frac{\pi\zeta}{L_\zeta}\right)$. Как

видно из этого рисунка, при значениях $K_1 > 1$ центральные участки фронта движутся быстрее периферийных, в результате чего фронт вытягивается в осевом направлении. С ростом величины K_1 время разрушения квазиплоского фронта, инициированного на этапе зажигания, уменьшается и самоорганизация неоднородной структуры волны горения происходит быстрее.

При больших временах протекания процесса в волне горения можно выделить две части: голову фронта, имеющую стационарную форму и распространяющуюся с постоянной скоростью U , и хвостовую нестационарную часть, перемещающуюся с меньшей скоростью. Из-за различия скоростей участков фронта головная часть вырывается вперед, и при распространении в достаточно длинном канале фронт реакции приобретает форму пальца (фингера).

На рис. 3 показан процесс структурирования фронта горения в длинном канале. Однородное по ширине канала инициирование реакции приводит к формированию плоской волны, неустойчивость которой сначала проявляется в мелко-масштабных возмущениях поверхности фронта. В ходе дальнейшей эволюции волны горения начинают преобладать крупномасштабные возмущения. Фронт разглаживается, и его головная часть приобретает форму фингера. Одиночный фингер, распространяющийся вдоль оси канала, является

доминирующей структурой в задаче о вытеснении маловязкой жидкостью более вязкой жидкости.

При фильтрационном горении, как показывают расчеты, возможны и другие структуры. На рис. 4 показана эволюция фронта горения при локальном инициировании волны реакции высокотемпературным источником, сосредоточенным на одной трети ширины канала в его центральной части. В отличие от предыдущего варианта, в данном случае последовательность мягких трансформаций фронта заканчивается формированием двух уединенных фингеров, движущихся параллельно друг другу.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 12–03–00944).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алдушин А.П., Мержанов А.Г. В сб.: Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 9–52.
2. Aldushin A.P. // Progress Aeronaut. and Astronaut. 1997. V. 173. P. 95–115.
3. Алдушин А.П., Сеплярский Б.С. // ДАН. 1979. Т. 249. № 3. С. 585–588.
4. Aldushin A.P., Rumanov I.E., Matkovsky B.J. // Combust. and Flame. 1999. V. 118. P. 76–90.
5. Aldushin A.P., Matkovsky B.J. // Combust. Sci. and Tech. 1998. V. 133. P. 293–341.
6. Алдушин А.П., Браверман Б.Ш. // ДАН. 2009. Т. 427. № 3. С. 340–343.
7. Saffman P.G., Taylor G.I. // Proc. Roy. Soc. London. 1958. V. A245. P. 312–329.